

TUD-IKTP/00-01

14. 1. 2000

**Untersuchungen**  
**zur**  
**Ortsrekonstruktion**  
**elektromagnetischer Schauer**  
**mit dem**  
*BABAR*-**Kalorimeter**

Diplomarbeit  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Diplom-Physiker

vorgelegt von  
Stephan Otto  
geboren in Görlitz

Institut für Kern- und Teilchenphysik  
Fachrichtung Physik  
Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften  
Technische Universität Dresden  
2000

1. Gutachter : Prof. Dr. Bernhard Spaan

2. Gutachter : Priv.-Doz. Dr. Roland Waldi

Datum des Einreichens der Arbeit : 14. 1. 2000

## Kurzfassung

Das *BABAR*-Experiment am Stanford Linear Accelerator Center untersucht den Effekt der  $\mathcal{CP}$ -Verletzung in den Zerfällen neutraler  $B$ -Mesonen mit einem neu errichteten Detektor. Durch den Vergleich der Ergebnisse mit den Vorhersagen des Standardmodells werden die Grundlagen unseres Verständnisses von Materie und Antimaterie geprüft. Die Komponenten des Detektors müssen entsprechend hohen Anforderungen an Auflösung und Effektivität genügen.

Die Dresdener *BABAR*-Gruppe arbeitet an der Optimierung der Leistung des elektromagnetischen Kalorimeters des Detektors. Neben der Verbesserung bekannter Verfahren sollen dabei auch neue Methoden untersucht werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden Algorithmen zur Anpassung von Energieverteilungen aus Monte-Carlo-Simulationen entwickelt und den gebräuchlichen Schwerpunktsmethoden gegenübergestellt.

Im Vergleich der Methoden erwies sich die logarithmisch gewichtete Schwerpunktsmethode als überlegen. Lediglich im Bereich sehr niedriger Energien ist die lineare Wichtung vorzuziehen. Geeignete Korrekturen systematischer Fehler verbessern die Auflösung erheblich. Eine Likelihood-Anpassung erreicht vergleichbare Ergebnisse ohne Korrektur, hat aber den Nachteil eines höheren Rechenaufwandes.

## Abstract

The *BABAR* experiment at the Stanford Linear Accelerator Center investigates the effect of  $\mathcal{CP}$  violation in the decays of neutral  $B$  mesons using a newly built detector. By comparison of the results to the predictions of the Standard Model, our comprehension of matter and antimatter will be proved. The detector devices must therefore fulfill high requirements in resolution and efficiency.

The Dresden *BABAR* group is working at the optimization of the performance of the detector's electromagnetic calorimeter. Either known methods have to be improved and new methods have to be explored. Within the scope of this diploma thesis, algorithms for fitting energy distributions from Monte Carlo simulations have been developed and compared to the common center-of-gravity methods.

The logarithmic weighted center-of-gravity method proved to be superior to the other methods. Merely for very low energies, linear weighting has to be preferred. Suitable corrections of systematic errors improve resolution significantly. Likelihood fits achieve equal results without any correction, but pay this by a higher computing effort.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>Das <i>BABAR</i>-Experiment</b>	<b>15</b>
2.1	Test des Standardmodells mit dem <i>BABAR</i> -Detektor . . . . .	15
2.1.1	Erzeugung von <i>B</i> -Mesonen . . . . .	15
2.1.2	<i>CP</i> -Verletzung in <i>B</i> -Zerfällen . . . . .	16
2.1.3	Berechnung der <i>CP</i> -Verletzung im Standardmodell . . . . .	17
2.2	Aufbau des Detektors . . . . .	18
2.2.1	Der Wechselwirkungspunkt . . . . .	18
2.2.2	Das Spursystem . . . . .	18
2.2.3	Die Teilchenidentifizierung . . . . .	19
2.2.4	Das elektromagnetische Kalorimeter . . . . .	19
2.2.5	Das instrumentierte Eisenjoch . . . . .	20
2.3	Das elektromagnetische Kalorimeter . . . . .	20
2.3.1	Aufgabe des Kalorimeters . . . . .	20
2.3.2	Aufbau des Kalorimeters . . . . .	20
2.3.3	Wirkungsweise des Kalorimeters . . . . .	22
2.3.4	Kalibration des Kalorimeters . . . . .	23
2.4	Die Software-Umgebung . . . . .	23
2.4.1	Datenfluß . . . . .	23
2.4.2	Organisation . . . . .	24
2.4.3	Die Kalorimetersoftware . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Die Ortsrekonstruktion elektromagnetischer Schauer</b>	<b>27</b>
3.1	Der elektromagnetische Schauer . . . . .	27

---

3.1.1	Der physikalische Vorgang . . . . .	27
3.1.2	Die Nutzung im Kalorimeter . . . . .	29
3.2	Schwerpunktmethoden . . . . .	31
3.2.1	Ausgangssituation . . . . .	31
3.2.2	Die lineare Wichtung . . . . .	32
3.2.3	Alternative Wichtungsmethoden . . . . .	33
3.3	Anpassungsmethoden . . . . .	34
3.3.1	Die Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	34
3.3.2	Maximum-Likelihood-Anpassung . . . . .	36
3.3.3	$\chi^2$ -Anpassung . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Die Entwicklung der Anpassungsalgorithmen</b>	<b>39</b>
4.1	Analyse des Schauerprofils . . . . .	39
4.1.1	Simulation der Ereignisse . . . . .	39
4.1.2	Ermittlung der Schauerprofile . . . . .	40
4.1.3	Untersuchung der Energieverteilungen . . . . .	42
4.1.4	Beschreibung der Parameterfunktionen . . . . .	42
4.2	Programmierung der Module . . . . .	44
4.2.1	Die Anpassungsfunktionen . . . . .	44
4.2.2	Die Minimierungsalgorithmen . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Die Optimierung der Ortsrekonstruktion</b>	<b>49</b>
5.1	Vergleich der Methoden . . . . .	49
5.1.1	Erzeugung der Daten . . . . .	49
5.1.2	Verteilungen der Orte . . . . .	50
5.1.3	Korrekturfunktionen . . . . .	51
5.1.4	Gütekriterien . . . . .	52
5.2	Aufstellung wichtiger Ergebnisse . . . . .	55
5.2.1	Die Ergebnisse in Zahlen . . . . .	55
5.2.2	Die Ergebnisse in Bildern . . . . .	55
5.2.3	Die Ergebnisse in Worten . . . . .	55
5.3	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	56
5.3.1	Fehlerbetrachtung . . . . .	56

---

5.3.2	Einordnung . . . . .	56
5.3.3	Schlußfolgerung . . . . .	57
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>59</b>
<b>A</b>	<b>Histogramme der Rekonstruktionsmethoden</b>	<b>61</b>
<b>B</b>	<b>Tabellen der Gütekriterien</b>	<b>71</b>
<b>C</b>	<b>Diagramme der Gütekriterien</b>	<b>77</b>





# Abbildungsverzeichnis

2.1	Unitaritätsdreieck . . . . .	17
2.2	Querschnitt durch den <i>BABAR</i> -Detektor . . . . .	19
2.3	Schematischer Querschnitt durch das Kalorimeter . . . . .	21
2.4	Geometrie der CsI(Tl)-Kristalle . . . . .	22
3.1	Typisches Cluster . . . . .	30
3.2	Verteilung der Clustergröße . . . . .	31
3.3	S-Verformung der linearen Wichtung . . . . .	34
3.4	Kippung der linearen Wichtung . . . . .	35
4.1	Meßpunkte auf der Kristalloberfläche . . . . .	40
4.2	Streifeneinteilung des Clusters . . . . .	41
4.3	Energieverteilungen in $\Theta$ -Streifen . . . . .	43
4.4	Parameterfunktionen . . . . .	44
5.1	Ortsverteilungen der Rekonstruktion . . . . .	50
5.2	Korrekturfunktionen . . . . .	52
5.3	Abszissenkorrigierte lineare Wichtung für $\theta$ . . . . .	53
A.1	Unkorrigierte lineare Wichtung für $\theta$ . . . . .	62
A.2	Ordinatenkorrigierte lineare Wichtung für $\theta$ . . . . .	63
A.3	Unkorrigierte logarithmische Wichtung für $\theta$ . . . . .	64
A.4	Abszissenkorrigierte logarithmische Wichtung für $\theta$ . . . . .	65
A.5	Ordinatenkorrigierte logarithmische Wichtung für $\theta$ . . . . .	66
A.6	Unkorrigierte Likelihood-Anpassung für $\theta$ . . . . .	67
A.7	Abszissenkorrigierte Likelihood-Anpassung für $\theta$ . . . . .	68

A.8	Ordinatenkorrigierte Likelihood-Anpassung für $\theta$ . . . . .	69
C.1	Energie- und Winkelabhängigkeit der Fehlerbreite in $\theta$ . . . . .	78
C.2	Energie- und Winkelabhängigkeit der Gaußbreite in $\theta$ . . . . .	79
C.3	Energie- und Winkelabhängigkeit der Verzerrung in $\theta$ . . . . .	80
C.4	Energie- und Winkelabhängigkeit der Anomalie in $\theta$ . . . . .	81
C.5	Energie- und Winkelabhängigkeit der Fehlerbreite in $\phi$ . . . . .	82
C.6	Energie- und Winkelabhängigkeit der Gaußbreite in $\phi$ . . . . .	83
C.7	Energie- und Winkelabhängigkeit der Verzerrung in $\phi$ . . . . .	84
C.8	Energie- und Winkelabhängigkeit der Anomalie in $\phi$ . . . . .	85

# Tabellenverzeichnis

B.1 Fehlerbreite in $\theta$ . . . . .	72
B.2 Gaußbreite in $\theta$ . . . . .	72
B.3 Verzerrung in $\theta$ . . . . .	72
B.4 Anomalie in $\theta$ . . . . .	73
B.5 Fehlerbreite in $\phi$ . . . . .	73
B.6 Gaußbreite in $\phi$ . . . . .	73
B.7 Verzerrung in $\phi$ . . . . .	74
B.8 Anomalie in $\phi$ . . . . .	74
B.9 Effektivität . . . . .	74
B.10 Fehlerbreite übergangener Cluster in $\theta$ . . . . .	75
B.11 Verzerrung übergangener Cluster in $\theta$ . . . . .	75
B.12 Fehlerbreite übergangener Cluster in $\phi$ . . . . .	75
B.13 Verzerrung übergangener Cluster in $\phi$ . . . . .	75



# Kapitel 1

## Einleitung

Ein wichtiger Teil der Elementarteilchenphysik ist die experimentelle Überprüfung theoretischer Vorhersagen. Entwicklungen auf dem Gebiet der Meßtechnik, aber auch der Datenverarbeitung ermöglichen heute Messungen mit sehr hoher Genauigkeit. Das *BABAR*-Experiment am Stanford Linear Accelerator Center untersucht den Effekt der  $CP$ -Verletzung in den Zerfällen neutraler  $B$ -Mesonen mit einem neu errichteten Detektor. Durch den Vergleich der Ergebnisse mit den Vorhersagen des Standardmodells werden die Grundlagen unseres Verständnisses von Materie und Antimaterie geprüft. Die Komponenten des Detektors müssen entsprechend hohen Anforderungen an Auflösung und Effektivität genügen.

Die Dresdner *BABAR*-Gruppe ist am Aufbau und der Betreuung des elektromagnetischen Kalorimeters des Detektors beteiligt. Um die Leistung dieser Komponente zu optimieren, werden die Algorithmen der Teilchenrekonstruktion ständig weiterentwickelt. Neben der Verbesserung bekannter Verfahren sollen dabei auch neue Methoden untersucht werden. Die vorliegende Diplomarbeit will einen Beitrag leisten, indem sie verschiedene Möglichkeiten der Ortsrekonstruktion vergleicht, die unter anderem für die Rekonstruktion neutraler  $\pi^0$ -Mesonen aus Photonen von Bedeutung ist. Dazu werden zunächst neue Algorithmen zur Anpassung von Energieverteilungen aus Monte-Carlo-Simulationen entwickelt und dann mit den gebräuchlichen Schwerpunktmethode verglichen.

Den Einstieg bildet eine allgemeine Vorstellung des *BABAR*-Experiments einschließlich eines Abrisses zum theoretischen Hintergrund. Danach werden die verschiedenen Methoden zur Ortsrekonstruktion elektromagnetischer Schauer erläutert. Es folgt die Darstellung der Entwicklung der Anpassungsalgorithmen, die zugleich das Kernstück der Arbeit ist. Abschließend wird der Vergleich aller betrachteten Methoden vorgenommen und die Schlußfolgerung für die Ortsrekonstruktion herausgearbeitet.



## Kapitel 2

# Das *BABAR*-Experiment

Das *BABAR*-Experiment wurde im Dezember 1993 mit dem Ziel ins Leben gerufen, die  $\mathcal{CP}$ -verletzenden Asymmetrien im System neutraler  $B$ -Mesonen genau zu vermessen. Durch Vergleich mit den Vorhersagen des verfügbaren Standardmodells kann dessen Gültigkeit auf sehr präzise Weise getestet werden.

Aufgabe des Experiments sind Aufbau und Betrieb eines Detektors am neu angelegten PEP-II-Doppelspeicherring am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) bei Palo Alto, Kalifornien, sowie die rechnerische Verarbeitung der aufgenommenen Daten.

Alle Arbeiten werden von einer internationalen Kollaboration ausgeführt, der mittlerweile rund 600 Physiker und Techniker aus neun Ländern angehören. Gegenwärtig ist der Bau des Detektors abgeschlossen und die Datennahme angelaufen.

Dieses Kapitel beschreibt die grundlegenden Methoden und Zusammenhänge des Experiments.

## 2.1 Test des Standardmodells mit dem *BABAR*-Detektor

### 2.1.1 Erzeugung von $B$ -Mesonen

Im Wechselwirkungspunkt des Detektors werden Elektronen mit einer Energie von 9 GeV aus dem Hochenergiebereich und Positronen mit einer Energie von 3 GeV aus dem Niederenergiebereich des PEP-II-Speicherrings aufeinandergeführt. Die resultierende Schwerpunktsenergie von 10,6 GeV liegt in der  $\Upsilon(4S)$ -Resonanz des Wirkungsquerschnitts für die Annihilation von Elektronen und Positronen. Dadurch werden mit einem Wirkungsquerschnitt von 1,05 nb  $b/\bar{b}$ -Quark-Paare erzeugt, die zu über 96 % in  $B\bar{B}$ -Mesonen-Paare übergehen [1]. Diese bewegen sich bis zum Zerfall der Mesonen mit  $\beta\gamma = 0,56$  vom Kollisionspunkt fort.

### 2.1.2 $\mathcal{CP}$ -Verletzung in $B$ -Zerfällen

Die  $B\bar{B}$ -Paare sind oszillierende Systeme von  $B^0$ - und  $\bar{B}^0$ -Mesonen mit den beobachtbaren Masseneigenzuständen [2]

$$|B_L\rangle = p|B^0\rangle + q|\bar{B}^0\rangle, \quad (2.1)$$

$$|B_H\rangle = p|B^0\rangle - q|\bar{B}^0\rangle. \quad (2.2)$$

Zerfällt eines der Mesonen zu einem beliebigen Zeitpunkt in einen Zustand, aus dem sein Flavor rekonstruiert werden kann, ist auch der Flavor des anderen Mesons zu diesem Zeitpunkt bekannt. Aus dem Abstand beider Zerfallspunkte kann die Abhängigkeit der Zerfallsraten eines Mesons von der Zeitdifferenz zu seiner Identifizierung als  $B^0$  oder  $\bar{B}^0$  bestimmt werden. Dabei sind Ereignisse von Interesse, in denen das Meson in einen  $\mathcal{CP}$ -Eigenzustand zerfällt. Mit den Amplituden

$$A_f = \langle f|\mathcal{H}|B^0\rangle, \quad (2.3)$$

$$\bar{A}_{\bar{f}} = \langle \bar{f}|\mathcal{H}|\bar{B}^0\rangle \quad (2.4)$$

und der eichinvarianten Größe [3]

$$\lambda_f = \pm \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_{\bar{f}}}{A_f} \quad (2.5)$$

ist die zeitabhängige Rate für einen solchen Zerfall durch [4]

$$\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) = |A|^2 e^{-\Gamma t} \left( \frac{1 + |\lambda_f|^2}{2} + \frac{1 - |\lambda_f|^2}{2} \cos(\Delta M t) - \Im(\lambda_f) \sin(\Delta M t) \right), \quad (2.6)$$

$$\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \bar{f}) = |A|^2 e^{-\Gamma t} \left( \frac{1 + |\lambda_f|^2}{2} - \frac{1 - |\lambda_f|^2}{2} \cos(\Delta M t) + \Im(\lambda_f) \sin(\Delta M t) \right) \quad (2.7)$$

gegeben. Die zeitabhängige Asymmetrie in den Zerfallsraten

$$a_f(t) = \frac{\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \bar{f})} \quad (2.8)$$

beträgt

$$a_f(t) = \frac{(1 - |\lambda_f|^2) \cos(\Delta M t) - 2\Im(\lambda_f) \sin(\Delta M t)}{1 + |\lambda_f|^2} \quad (2.9)$$

und beschreibt:

#### $\mathcal{CP}$ -Verletzung in der Mischung

$$|q/p| \neq 1 \quad (2.10)$$



**$\mathcal{CP}$ -Verletzung im Zerfall**

$$|\bar{A}_f/A_f| \neq 1 \quad (2.11)$$

 **$\mathcal{CP}$ -Verletzung in der Interferenz zwischen Mischung und Zerfall**

$$|\lambda_f| = 1, \Im(\lambda_f) \neq 0 \quad (2.12)$$

**2.1.3 Berechnung der  $\mathcal{CP}$ -Verletzung im Standardmodell**

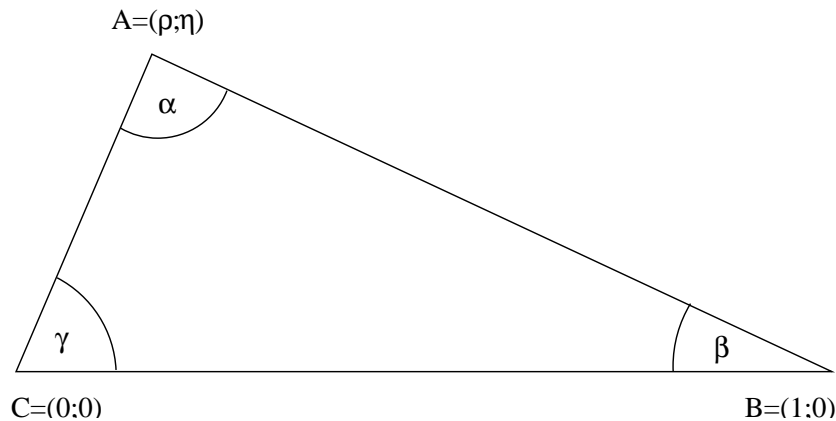
Im Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung werden Umwandlungen von Mesonen durch die Kopplung der geladenen schwachen Ströme ihrer Quarks

$$J_\mu^{cwg} = \sum_{r,g,b} \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{c} \\ \bar{t} \end{pmatrix} \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \mathbf{V} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

an geladene Eichbosonen beschrieben [7]. Dabei bewirken die Elemente der unitären Cabibbo-Kobayashi-Maskawa- (CKM-) Matrix  $\mathbf{V}$ , daß die Familien, innerhalb derer der Quarkflavor verletzt wird, auch untereinander gemischt und Flavor-Mischungen wie im  $B^0\bar{B}^0$ -System möglich werden. Um daraus Vorhersagen über die Asymmetrie aus Gleichung 2.8 ableiten zu können, muß die CKM-Matrix genau beschrieben werden. Dabei wird die Tatsache genutzt, daß die Elemente einer unitären Matrix gemäß Gleichung 2.14 Dreiecke in der komplexen Zahlenebene bilden. Das für die  $\mathcal{CP}$ -verletzende Mischung von  $B$ -Mesonen wichtige Unitaritätsdreieck gehorcht der Bedingung

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{td}V_{tb}^* + V_{cd}V_{cb}^* = 0 \quad (2.14)$$

und ist in Abbildung 2.1 [4] dargestellt. Die Koordinaten der Eckpunkte ergeben



**Abbildung 2.1:** Das Unitaritätsdreieck.

sich aus der Wolfenstein-Parametrisierung [2] der CKM-Matrix

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

und der Normierung auf die Grundlinie. Die Winkel

$$\alpha = \arg\left(-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*}\right), \quad (2.16)$$

$$\beta = \arg\left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*}\right), \quad (2.17)$$

$$\gamma = \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right) \quad (2.18)$$

sind eichinvariante Kombinationen der Matrixelemente [3]. Während  $V_{td}, V_{ud}$  und  $V_{tb}$  bereits bis zur Ordnung  $\lambda^4$  bekannt sind, ist es die Aufgabe des BABAR-Experiments, neben der  $\mathcal{CP}$ -Asymmetrie auch die übrigen CKM-Matrixelemente zu bestimmen.

## 2.2 Aufbau des Detektors

### 2.2.1 Der Wechselwirkungspunkt

Einen Querschnitt durch den gesamten BABAR-Detektor zeigt Abbildung 2.2. In dieser Darstellung laufen die Elektronen aus dem Hochenergieering von links nach rechts und die Positronen aus dem Niederenergieering von rechts nach links durch das Strahlrohr in der Mitte. Die im Wechselwirkungspunkt erzeugten  $B\bar{B}$ -Paare bewegen sich von links nach rechts in die Vorwärtsrichtung des Detektors. Die supraleitende Spule mit einem Außendurchmesser von 3,46 m erzeugt ein 1,5 T starkes Magnetfeld.

### 2.2.2 Das Spursystem

Die Spuren geladener Zerfallsprodukte der  $B$ -Mesonen werden vom Silizium-Vertex-Detektor, der gemeinsam mit Strahlrohr und Quadrupolmagneten innerhalb des 40 cm durchmessenden Stützrohrs angebracht ist, und von der Driftkammer erfaßt. Dabei dient der Vertexdetektor sowohl zur genauen Bestimmung der Zerfallspunkte als auch zur Beobachtung von Spuren, die aufgrund eines Transversalimpulses unter 100 MeV/c nicht weit genug in die Driftkammer eindringen. Um die benötigte Auflösung zu gewährleisten, besteht der Vertexdetektor aus fünf Lagen doppelseitiger Siliziumstreifen-Detektoren mit insgesamt 150.000 Auslesekanälen.

Die Driftkammer enthält 40 Lagen rechtwinklig gespannter Aluminiumdrähte in einer heliumbasierten Gasmischung. Damit liefert sie bei einer minimalen Materialmenge vor den äußeren Detektorkomponenten eine genaue Messung des Impulses,

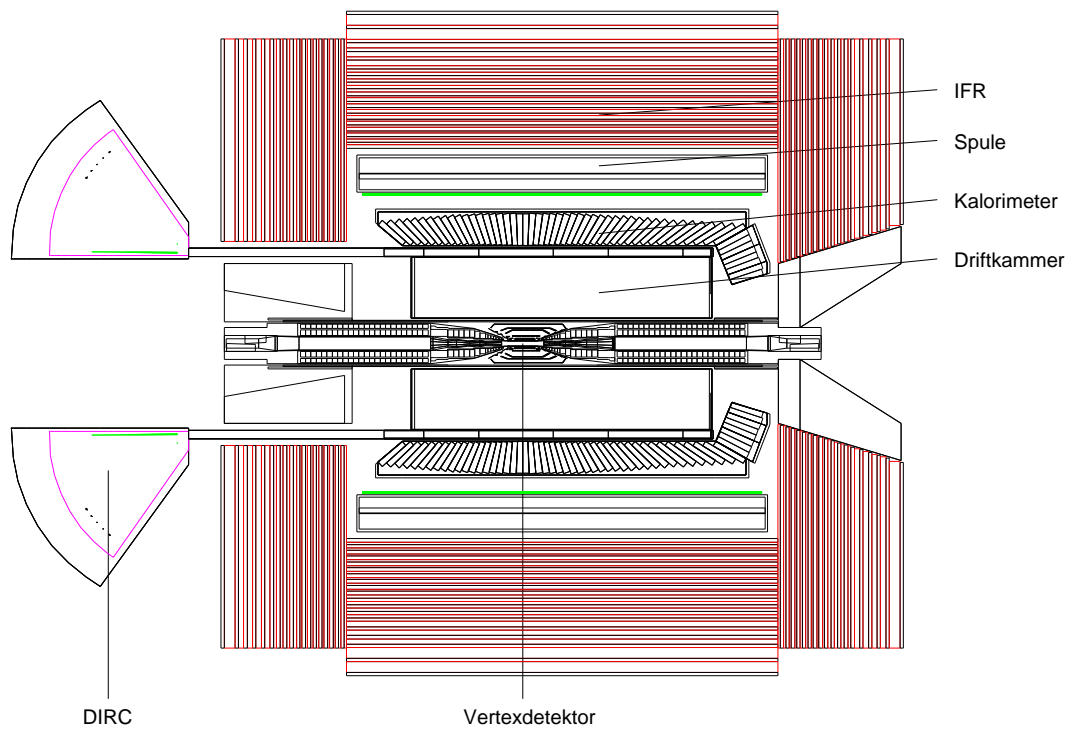


Abbildung 2.2: Querschnitt durch den *BABAR*-Detektor.

Informationen für den Trigger und durch Messung des Energieverlustes pro Weg  $dE/dx$  Informationen für die Teilchenidentifizierung.

### 2.2.3 Die Teilchenidentifizierung

Zur Unterscheidung von Kaonen, die zur Bestimmung des  $B$ -Flavors dienen, und Pionen aus  $B$ -Zerfällen wurde ein System zur Erzeugung und Beobachtung von Cherenkov-Strahlung (DIRC<sup>1</sup>) entwickelt. Das in Quarzstreifen erzeugte Cherenkov-Licht wird gegebenenfalls an einem am Vorwärtseende angebrachten Spiegel reflektiert und durch Totalreflexion in einen Wassertank hinter dem Rückwärtseende des Magneten geleitet, wo der dabei erhaltene Cherenkov-Winkel von Photoelektronenvervielfachern gemessen wird.

### 2.2.4 Das elektromagnetische Kalorimeter

Das elektromagnetische Kalorimeter, auf das in Abschnitt 2.3 ausführlicher eingegangen wird, dient der Detektierung von Photonen aus Mehrfachzerfällen und muß daher gute Auflösung und Effizienz auch bei niedrigen Energien liefern. Diesen

<sup>1</sup>Detection of Internally Reflected Cherenkov radiation

Zweck erfüllen 6580 thalliumdotierte Cäsiumjodidkristalle (CsI(Tl)), die auf eine zylindrische Trommel (Barrel) und eine konische Vorwärtsendkappe aufgeteilt sind und Szintillationslicht an Silizium-Photodioden weiterleiten.

### 2.2.5 Das instrumentierte Eisenjoch

Zu den Besonderheiten der Detektorkonstruktion zählt ein mit Plattenkammern instrumentiertes Eisenjoch (IFR<sup>2</sup>) außerhalb der Spule, mit dessen Hilfe Myonen und neutrale Hadronen beobachtet werden können. Die Plattenkammern bestehen aus jeweils zwei gegeneinander isolierten und unter Hochspannung stehenden Polymerplatten und sind zwischen den 17 Lagen des Eisenjochs angebracht, das der Rückführung des äußeren Magnetfelds in den Detektor dient.

## 2.3 Das elektromagnetische Kalorimeter

### 2.3.1 Aufgabe des Kalorimeters

Die Mehrkörperzerfälle von  $\mathcal{CP}$ -Eigenzuständen wie  $J/\Psi K_s^0$ ,  $J/\Psi K^{*0}$ ,  $\rho^\pm \pi^\mp$ ,  $D^+ D^-$ ,  $D^{*+} D^{*-}$ ,  $\phi \pi^0$  oder  $K_s^0 K_s^0$  enthalten zahlreiche  $\pi^0$ -Mesonen. Diese zerfallen in jeweils zwei Photonen, die im elektromagnetischen Kalorimeter nachgewiesen werden. Die Hälfte aller Photonen hat dabei eine Energie unter 200 MeV. Die Forderung nach guter Energie- und Ortsauflösung bei hoher Effizienz für niederenergetische Photonen resultiert in einem CsI(Tl)-Kalorimeter, das im Schwerpunktsystem einen Raumwinkel mit  $-0,775 < \cos \theta < 0,962$  abdeckt. Durch die projektiv angebrachte Vorwärts-Endkappe, minimierte Leckage- und Materialverluste sowie geringes elektronisches Rauschen soll eine Energieauflösung von

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{0,01}{\sqrt[4]{E(\text{GeV})}} \oplus 0,012 \quad (2.19)$$

bei einer minimalen rekonstruierbaren Energie von 10...20 MeV erreicht werden [4]. Die Ortsauflösung ist zunächst durch die Segmentierung und den Abstand des Kalorimeters vom Wechselwirkungspunkt gegeben:

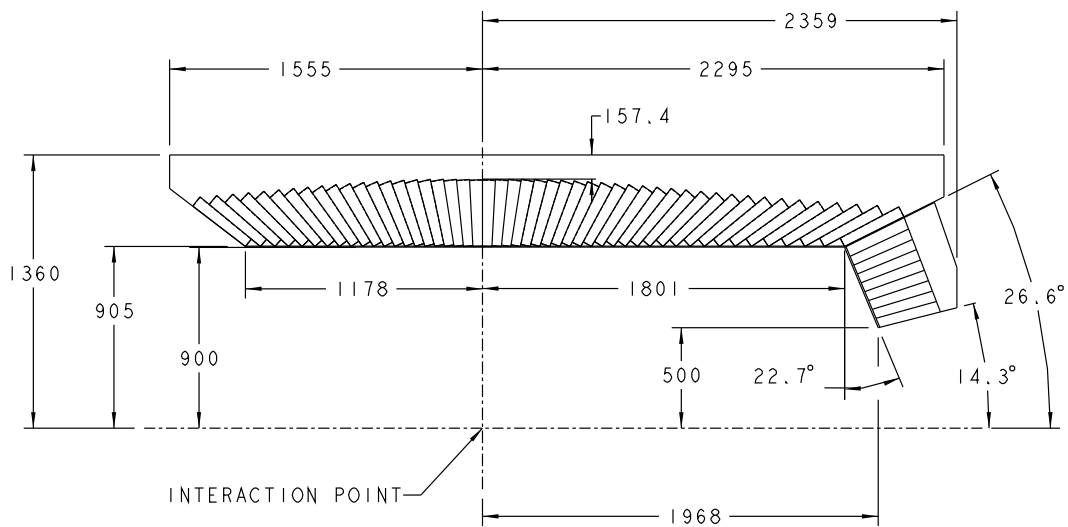
$$\sigma_\theta = \frac{3 \text{ mr}}{\sqrt[2]{E(\text{GeV})}} \oplus 2 \text{ mr} \quad (2.20)$$

Die Optimierung dieser Größe durch systematische Untersuchung der Energiedeposition ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

### 2.3.2 Aufbau des Kalorimeters

Die Geometrie des Kalorimeters ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Der asymmetrische

<sup>2</sup>Instrumented Flux Return



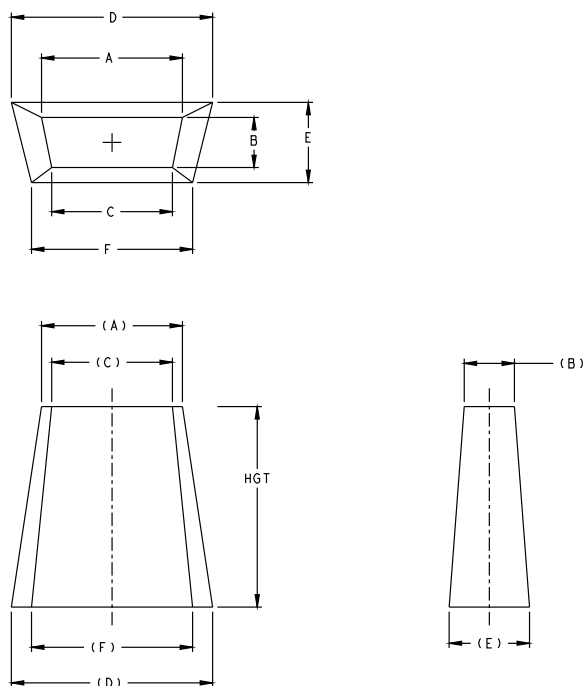
**Abbildung 2.3:** Schematischer Querschnitt durch die obere Hälfte von Barrel und Endkappe. Die Abmessungen sind in mm angegeben. Im realisierten Kalorimeter fehlen der erste und der letzte Ring.

Aufbau folgt dem Impuls des Schwerpunktes im Laborsystem. Das Koordinatensystem ist ein Rechtssystem mit Ursprung im Wechselwirkungspunkt. Der Laborwinkel  $\theta$  ist der Polarwinkel zur Achse des Hochenergiestrahls. Der Laborwinkel  $\phi$  ist der Azimutwinkel in der dazu senkrechten Koordinatenebene.

Das zylindrische Barrel besteht aus 5760 CsI(Tl)-Kristallen, die in 48 Ringen der Indizes  $\theta_i$  entlang  $\theta$  mit jeweils 120 gleichen Kristallen der Indizes  $\phi_j$  entlang  $\phi$  angeordnet sind. Mit der Position der Ringe ändert sich sowohl die Größe der Kristalle als auch ihre Ausrichtung. Die Längsachse der Kristalle ist mit wachsender Entfernung von der Barrelmitte ( $\theta = 90^\circ$ ) um  $15 \dots 45$  mm aus der Verbindungslinie von Kristallmitte und Wechselwirkungspunkt geschwenkt (Staggering), um die Bereiche inaktiven Materials zwischen den Kristallen auszublenden. Die resultierende trapezoide Geometrie der Kristalle zeigt [Abbildung 2.4](#).

Die Kristalle sind in 280 Modulen aus  $300 \mu\text{m}$  starker Kohlenstofffaser angebracht, die in einem Aluminiumzylinder an der Innenseite des Spulenkryostaten befestigt sind. Die Fixierung der Kristalle einschließlich Kühlung und Verkabelung erfolgt von der Rückseite, wodurch die Materialmenge vor den Kristallen auf Bestandteile von Kalibration und Abschirmung begrenzt wird.

Die konische Vorwärtsendkappe enthält 820 Kristalle in 8  $\theta$ -Ringen mit nach innen von 120 bis 80 abnehmender Kristallzahl.



**Abbildung 2.4:** Geometrie der CsI(Tl)-Kristalle.  $A = 4,2 \dots 4,9$  cm,  $B = 4,7 \dots 4,8$  cm,  $C = 3,9 \dots 4,7$  cm,  $D = 4,9 \dots 6,3$  cm,  $E = 5,4 \dots 6,3$  cm,  $F = 4,6 \dots 6,3$  cm,  $HGT = 29,8 \dots 32,6$  cm.

### 2.3.3 Wirkungsweise des Kalorimeters

Photonen, die einen CsI(Tl)-Kristall des Kalorimeters treffen, erzeugen einen elektromagnetischen Schauer, dessen Energie sich auf ein Cluster benachbarter Kristalle verteilt. Die Anregung der Kristallatome klingt durch Abstrahlung von Szintillationslicht ab, das durch diffuse Reflektoren an den Kristallwänden zu jeweils zwei  $10 \times 20 \text{ mm}^2$ -Silizium-Photodioden auf der Kristallrückseite geleitet wird. Die Dioden sind auf eine 1 mm starke Polystyrolplatte geklebt, die wiederum auf den Kristall geklebt ist, und mit jeweils einem von zwei rauscharmen Vorverstärkern verbunden, die sich mit den Dioden in einem abgeschirmten Metallgehäuse befinden. Die Vorverstärker formen das Ladungssignal der Dioden in zwei 1fach bzw. 32fach verstärkte Spannungssignale um. Die Spannungssignale der beiden Vorverstärker werden an eine Digitalisierungseinheit am Ende des Detektors weitergeleitet. Diese digitalisiert die analogen Signale von jeweils 25 Kristallen und schickt sie in serieller Form an ein Auslesem modul. Dabei kommt ein CARE<sup>3</sup>-Chip zum Einsatz, der die Signale beider Photodioden mittelt, die beiden Vorverstärkungen mit zwei weiteren Verstärkerstufen zu den Endverstärkungen  $1 \times 1 = 1$ ,  $1 \times 4 = 4$ ,  $32 \times 1 = 32$  und  $32 \times 8 = 256$  kombiniert, anhand von Schwellenentscheidungen die passende

<sup>3</sup>Custom Analogue Range Encoding

Verstärkung auswählt und das Signal dann in Mantisse und Bereichsbits trennt. Die Mantisse wird daraufhin im Arbeitsbereich des ADC<sup>4</sup>-Bausteins digitalisiert. Im Falle des Defekts einer der Photodioden eines Kristalls kann der Kristall mit dem Signal der verbleibenden Diode ausgelesen werden.

Die Auslesemodule des Kalorimeters sind getrennt vom Detektor untergebracht und extrahieren aus den Pulsfunktionen der 280 Digitalisierungsmodule und den Kalibrationsdaten die Energieeinträge der einzelnen Kristalle. Sie liefern maximal 20 bit Energie- und 12 bit Zeitinformationen bei einer Triggerrate von 2 kHz.

### 2.3.4 Kalibration des Kalorimeters

Die Kalibration des Kalorimeters erfolgt mittels:

**Quellenkalibration** Eine Flüssigkeit, in der durch Neutronenbeschuß von <sup>19</sup>F das radioaktive Isotop <sup>16</sup>N entsteht, wird in Röhren an den Kristallen vorbeigepumpt. Dabei deponieren Photonen aus dem  $\beta$ - $\gamma$ -Zerfall eine Energie von 6,13 MeV. Auf diese Weise erfaßt man bei abgeschaltetem Produktionsstrahl langfristige Änderungen der Energieskalen.

**Lichtpulsersystem** Durch ein System lichtleitender Fasern wird das Licht zweier Xenon-Blitzlampen in die Kristalle geleitet und dort wie Szintillationslicht detektiert. Die Vorteile liegen in der Einstellbarkeit der Energiedepositionen von einigen MeV bis zu 10 GeV und der Verfügbarkeit bei Strahlbetrieb.

**Bhabha-Kalibration** Bei der Rekonstruktion der kinematisch bestimmten Bhabha-Streuung  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  ist mit der Strahlenergie auch die im Kalorimeter deponierte Energie bekannt. Damit kann der Prozeß der Schauerbildung selbst kalibriert werden. Durch Hinzunahme radiativer Reaktionen ist eine Erweiterung der Energieskala möglich.

Alle Kalibrationsmethoden weisen zur Zeit eine Ungenauigkeit von weniger als 5% auf.

## 2.4 Die Software-Umgebung

### 2.4.1 Datenfluß

Die Rohdaten aus dem Detektor gelangen über mehrere Ebenen von Triggern zunächst in das Online-System. Dort werden Ereignisse rekonstruiert und selektiert. Entsprechend der hohen Triggerrate steht dabei die Geschwindigkeit im Vordergrund. Ereignisse, die für das Experiment wertvoll sind, werden an den Zentralspeicher weitergeleitet. Alle weiteren Systeme der Rechenumgebung greifen auf diesen

---

<sup>4</sup>Analog to Digital Converter

Speicher zu. Die Offline-Rekonstruktion der Ereignisse erfolgt mit der gewünschten Genauigkeit. Um die angestrebte Datenmenge von 100 TByte/Jahr zu bewältigen, werden die Ereignisse auf verschiedene DST<sup>5</sup>-Formate komprimiert und in einer Datenbank abgelegt. Schließlich lesen stapelverarbeitende oder interaktive Prozesse Ereignisse aus der Datenbank und nehmen die physikalische Analyse vor.

### 2.4.2 Organisation

Die Softwareumgebung des Experiments muß Produktivität, Stabilität und Flexibilität vereinen. Durch den weitestgehenden Einsatz objektorientierter Methoden soll die *BABAR*-Software diese Anforderungen erfüllen. Solche Methoden assoziieren sowohl physikalische als auch abstrakte Gegenstände direkt mit Softwareobjekten. Gemeinsamkeiten zwischen den Objekten können auf effiziente Weise durch das System der Vererbung behandelt werden. Als objektorientierte Programmiersprache dient C++. Der überwiegende Teil der Echtzeit-, Online- und Offline-Software ist in C++ realisiert, während für den Einsatz bereits vorhandenen und bewährten Fortran-Codes zahlreiche Schnittstellen zur Verfügung stehen. Die Modularität der Softwareobjekte erlaubt es, die Entwicklung und die Wartung von Programmpaketen auf Einrichtungen innerhalb der gesamten Kollaboration zu verteilen. Letztlich kann die Entwicklung objektorientierter Software selbst rechnergestützt werden.

Die *BABAR*-Software ist in Ausgaben (Releases) und Paketen (Packages) organisiert. Ein Release enthält eine konsistente Sammlung aller verfügbaren Packages für alle unterstützten Hardwareplattformen. Die Nutzung an allen beteiligten Institutionen ist durch den Zugriff über ein Ferndateisystem oder die direkte Installation der benötigten Komponenten möglich. Während der Entwicklungsphase sind aktualisierte Releases in Intervallen von einigen Wochen verfügbar. Stabile Versionen werden über einen längeren Zeitraum verwendet.

Alle Anwendungen sind aus Modulen aufgebaut, die in einem einheitlichen Rahmen (Framework) angeordnet sind. Aufgabe des Frameworks ist es, die Funktionalität der einzelnen Module zu koordinieren. Im Online-Betrieb unterstützt es die Prozesse für Triggerung und Monitorierung. Im Offline-Betrieb gewährleistet es Monte-Carlo-Simulationen sowie die Verarbeitung und Analyse der Meßdaten. Als Benutzerschnittstelle dient die Kommandosprache Tcl. Durch den Einsatz von Tcl-Skripten ist sowohl interaktive als auch Stapelverarbeitung möglich.

Die Module der Rekonstruktionssoftware sind vom Typ `AbsModule` und enthalten die folgenden Schnittstellen [5]:

---

<sup>5</sup>Data Summary Tape



```
void begin ( AbsJob*, AbsEnv* );
void begin ( AbsRun*, AbsEnv* );
void event ( AbsEvent*, AbsEnv* );
void end ( AbsRun*, AbsEnv* );
void end ( AbsJob*, AbsEnv* );
```

Die Objekte `AbsRun` und `AbsJob` stellen die Detektorläufe und den Rekonstruktionsjob dar. Das Framework übergibt dem Modul Ereignisse vom Typ `AbsEvent`, die Listen von Zeigern auf alle Daten der Ereignisse aus den Läufen enthalten. Kalibrations- und Geometriebedingungen fließen durch das Umgebungsobjekt `AbsEnv` ein. Die Einbindung der Funktionen zur Ortsrekonstruktion in diese Struktur wird in Kapitel 4 behandelt.

### 2.4.3 Die Kalorimetersoftware

Die Rekonstruktion für das elektromagnetische Kalorimeter beginnt mit der Bildung von Clustern [6]. Hierbei ist zwischen simulierten und gemessenen Ereignissen zu unterscheiden. Ereignisse aus Monte-Carlo-Simulationen enthalten sämtliche Informationen über die erzeugten Teilchen. Wechselwirkungen mit dem Detektor liegen dabei in Form einzelner Energiedepositionen (Hits) vor. Aus den Hits wird die Pulsfunktion der Kristalle und die vom Auslesemodul beobachtete Pulshöhe (Digi) berechnet. Wahre Daten enthalten natürlicherweise keine Informationen über den Ursprung der Digis. Nebeneinanderliegende Digis mit einer Energie über der Schwellenschwelle werden demselben Cluster zugeordnet. Zur weiteren Verarbeitung wird das Cluster in Gipfel (Bumps) aufgeteilt. Dabei trägt jedes Digi mit einem bestimmten Gewicht zu jedem Bump bei. Auf diese Weise können einem einzelnen Cluster mehrere Teilchenspuren zugeordnet werden. Photonen aus dem Zerfall schneller neutraler Pionen, die infolge des Lorentzschubs einen sehr kleinen Laborwinkel einschließen, können so rekonstruiert werden. Schließlich werden die Spuren unter Verwendung der Informationen aller Detektorkomponenten zu komplexeren Zuständen kombiniert.



## Kapitel 3

# Die Ortsrekonstruktion elektromagnetischer Schauer

Der *BABAR*-Detektor ist für die Messung sehr kleiner Abweichungen von theoretischen Vorhersagen vorgesehen. Voraussetzung dafür ist die gute Auflösung der beobachteten Meßgrößen. Für das elektromagnetische Kalorimeter ergibt sich daraus die Notwendigkeit, neben der genauen Messung der Energie eintreffender Photonen auch deren Laborwinkel zuverlässig zu bestimmen. Hierzu werden herkömmlicherweise Schwerpunktmethoden benutzt, die in diesem Kapitel zunächst vorgestellt werden. Im folgenden wird auf Anpassungsmethoden eingegangen, die auf der Analyse des Profils elektromagnetischer Schauer beruhen. Am Anfang steht eine grundsätzliche Betrachtung dieses Phänomens.

### 3.1 Der elektromagnetische Schauer

#### 3.1.1 Der physikalische Vorgang

Ein Photon mit einer Energie  $E_0 > 2\text{ MeV}$ , das in Materie eintritt, wird hauptsächlich durch den Prozeß der Paarbildung absorbiert. Im Feynman-Modell [8] koppelt das Photon dabei an ein Positron und ein Elektron. Für den Fall eines reellen Positrons ist das Elektron virtuell, da die Energieerhaltung im Schwerpunktsystem des Positrons  $e^+$

$$m_{e^+}c^2 = \sqrt{m_{e^-}^2c^4 + E_0'^2} + E_0' \quad (3.1)$$

nur gewährleistet ist, wenn das Elektron  $e^-$  nicht auf seiner Massenschale liegt. Erst durch den Austausch eines virtuellen Photons mit einem Atom der Materie wird auch das Elektron reell. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Photon ein  $e^+e^-$ -Paar bildet, wächst mit der Strecke  $x$ , die es zurückgelegt hat, gemäß

$$P(\gamma \rightarrow e^+e^-) = 1 - e^{-\mu x} . \quad (3.2)$$

Der Absorptionskoeffizient  $\mu$  für diesen Vorgang nähert sich mit wachsender Energie asymptotisch dem Wert

$$\mu_0 = \frac{7}{9} \frac{1}{X_0}, \quad (3.3)$$

wobei die Strahlungslänge  $X_0$  in einem Material der Teilchenzahldichte  $n$  und der Massenzahl  $Z$  durch

$$\frac{1}{X_0} = nr_e^2 4\alpha Z^2 \ln\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right) \quad (3.4)$$

gegeben ist [9]. Der klassische Elektronradius beträgt  $r_e = 2,8$  fm. Nachdem das Photon im Material eine Strahlungslänge zurückgelegt hat, hat es demnach mit einer Wahrscheinlichkeit von

$$1 - e^{-\frac{7}{9}} \approx 0,54 \quad (3.5)$$

ein  $e^+e^-$ -Paar gebildet. Die Abbremsung dieser Teilchen im Material erfolgt durch zwei konkurrierende Prozesse:

**Bremsstrahlung** Das Elektron tauscht ein virtuelles Photon mit einem Atom aus und gibt innerhalb einer Strahlungslänge den Teil  $(1 - 1/e \approx 0,63)$  seiner Energie an ein reelles Photon ab.

**Ionisation** Das Elektron tauscht ein virtuelles Photon mit einem Atom aus und überträgt soviel Energie auf die Elektronen der Atomhülle, daß einzelne Elektronen vorübergehend austreten.

Das Verhältnis der Energieverluste für beide Prozesse

$$R = \frac{\left(\frac{dE}{dx}\right)_B}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_I} \quad (3.6)$$

kann durch

$$R \approx \frac{ZE}{580 \text{ MeV}} \quad (3.7)$$

genähert werden. Als kritische Energie  $E_c$  bezeichnet man die Energie, bei der  $R = 1$  gilt.

Solange die Energien der Positronen und Elektronen über der kritischen Energie liegen, wechseln sich Bremsstrahlung und Paarbildung ab, und es entsteht ein kaskadenartiger Schauer, der in der  $n$ -ten Generation  $2^n$  Teilchen enthält. Die mittlere Energie eines Teilchens beträgt dann  $E_0/2^n$ . Fällt dieser Wert unter die kritische Energie, kommt die Fortpflanzung des Schauers zum Erliegen. Die verbleibende Energie wird als Ionisationsenergie im Material deponiert. Es folgt, daß ein Schauer in Abhängigkeit von seiner Energie und dem Material, in dem er sich ausbreitet, aus

$$n = \frac{\ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right)}{\ln 2} \quad (3.8)$$

Generationen mit insgesamt

$$2^n = \frac{E_0}{E_c} \quad (3.9)$$

Teilchen besteht. Diese legen eine integrierte Wegstrecke von

$$S = \left( \frac{4}{3}X_0 + \frac{2}{3}S_0 \right) \frac{E_0}{E_c} \quad (3.10)$$

zurück, wobei  $S_0$  die Reichweite von Elektronen mit kritischer Energie ist. Monte-Carlo-Simulationen bestätigen die Proportionalitäten in den Gleichungen 3.9 und 3.10 und zeigen außerdem, daß die Wegstrecke, bei der sich im Schauer die maximale Anzahl von Teilchen bildet, der Beziehung

$$X_{max} = X_0 \ln \left( \frac{E_0}{E_c} \right) - 0,3 \quad (3.11)$$

genügt.

Da, wie in Gleichung 3.1 gezeigt wurde, die Schauerbildung an die Wechselwirkung mit Materie gebunden ist, gibt der Schauer während seiner gesamten Lebensdauer Energie ab. Die longitudinale Verteilung kann in Einheiten  $t = X/X_0$  der Strahlungslänge und in Abhängigkeit von den materialspezifischen Parametern  $c$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  durch

$$\frac{dE}{dt} = E_0 c t^\alpha e^{-\beta t} \quad (3.12)$$

parametrisiert werden. Die transversale Verteilung ist nicht vom Material abhängig, wenn man sie in Molière-Einheiten

$$R_m = 21 \text{ MeV} \frac{X_0}{E_c} \quad (3.13)$$

mißt. Auch ihr liegt ein exponentielles Gesetz zugrunde.

### 3.1.2 Die Nutzung im Kalorimeter

Die Eigenschaft von Photonen, elektromagnetische Schauer zu bilden, ist eine günstige Möglichkeit, diese Teilchen im Experiment zu beobachten. Durch den Einsatz geeigneter Materialien kann nahezu die gesamte Schauerenergie im Detektor deponiert werden. Die CsI(Tl)-Kristalle des *BABAR*-Kalorimeters haben eine Strahlungslänge von 1,86 cm und einen Molière-Radius von 3,8 cm [4]. Bei der maximalen Schauerenergie von 6 GeV liegen 99% der deponierten Energie innerhalb eines Zylinders mit dem Radius  $3R_m$  [9]. Die getrennte Auslese der Kristalle erlaubt zudem eine Analyse des transversalen Schauerprofils. Damit ist eine genauere Rekonstruktion des Auftreffortes der Photonen möglich. Da der Prozeß der Schauerentwicklung wie alle elementaren Prozesse statistischen Schwankungen unterliegt, ist die erreichbare

Auflösung jedoch begrenzt. Zum einen wirkt sich Leakage am Kristallende  $t_r$  entsprechend Gleichung 3.12 auf die Energiemessung aus:

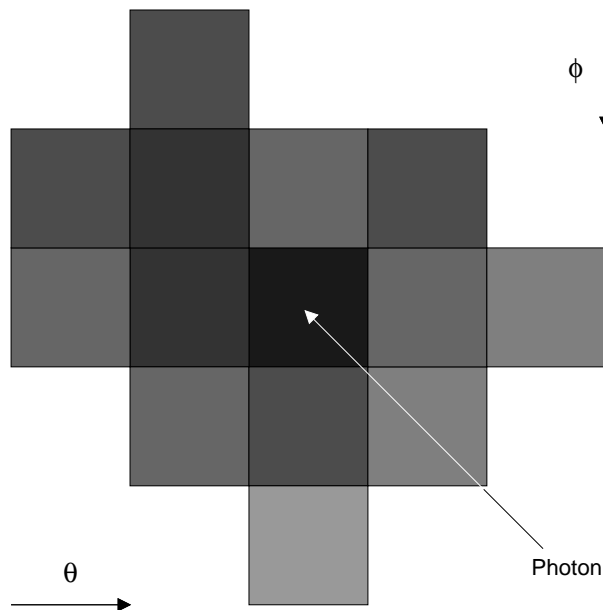
$$\frac{\sigma_L(E)}{E} = ct_r^\alpha e^{-\beta t_r} \sigma(t_{max}) . \quad (3.14)$$

Zum anderen schwankt die Anzahl der vom Schauer angeregten Photoelektronen. Nach Gleichung 3.9 ergibt sich eine Auflösung von

$$\frac{\sigma_P(E)}{E} = \sqrt{\frac{E_c}{E_0}} . \quad (3.15)$$

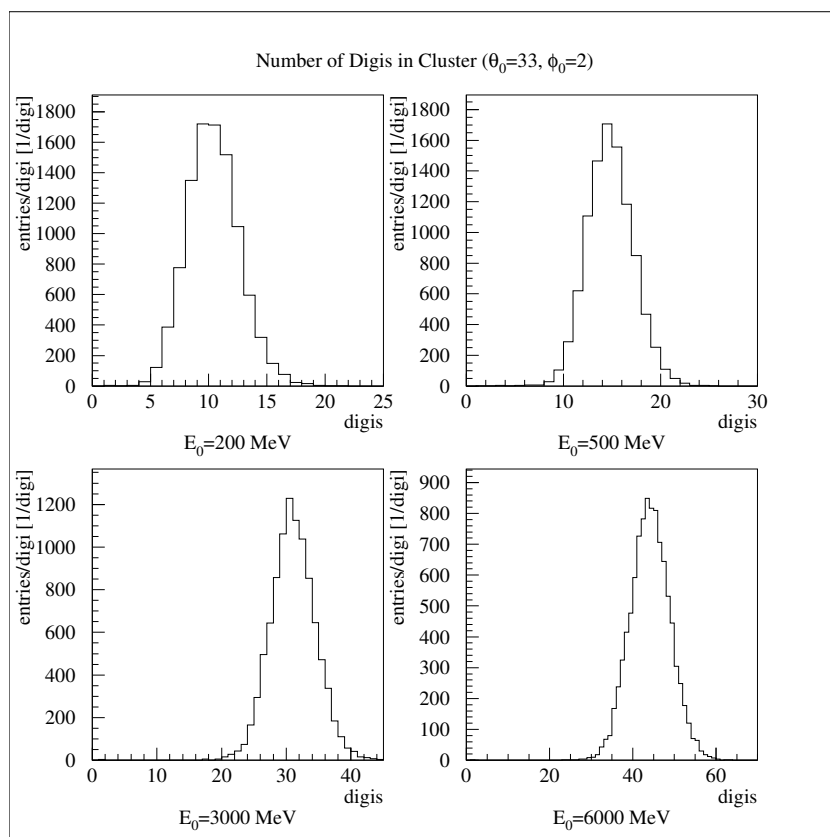
Die experimentelle Genauigkeit wird außerdem durch den Fehler der Energiemessung bestimmt. Je feiner die Segmentierung des Kalorimeters ist, desto geringer ist die Energiedeposition in den einzelnen Kristallen und desto schlechter damit die Auflösung. Außerdem ist im Bereich niedriger Energie ein konstantes Rauschen durch Untergrundstrahlung und Nachfolgeelektronik zu berücksichtigen. Unterhalb einer gewissen Energieschwelle ist schließlich keine Information mehr verfügbar. Ein günstiges Maß für die Kristallgröße sind  $1,5 R_m$  [10].

Die Aufteilung der Schauerenergie auf mehrere nebeneinanderliegende Kristalle repräsentiert sich im Kalorimeter als Cluster. Abbildung 3.1 zeigt ein typisches Cluster. Die Ausdehnung eines Clusters ist von der Anzahl der Kristalle abhängig, die einen



**Abbildung 3.1:** Ein typisches Cluster im Koordinatensystem des *BABAR*-Kalorimeters. Die Füllstärke eines Feldes gibt die im zugehörigen Kristall deponierte Energie an.

Energieeintrag über der Schwelle erhalten, und wächst daher mit der Energie des eintreffenden Photons. Die Verteilungen der Clustergröße im *BABAR*-Kalorimeter sind für verschiedene Energien in Abbildung 3.2 dargestellt.



**Abbildung 3.2:** Verteilung der Anzahl der Digits in Clustern des *BABAR*-Kalorimeters für verschiedene Energien und zentralen Einschub. Die Energieschwelle betrug 0,5 MeV.

## 3.2 Schwerpunktmethoden

### 3.2.1 Ausgangssituation

Ziel der Ortsrekonstruktion ist es, anhand der Energieverteilung im Cluster den Auftreffort des Photons auf das Kalorimeter möglichst genau zu bestimmen. Für den Fall, daß das Photon parallel zur Kristallachse eingetroffen ist, ist die Wahrscheinlichkeit, mit der das Photon auf einen bestimmten Kristall innerhalb des Clusters aufgetroffen ist, für den Kristall mit der höchsten Energie am größten. Unter der Annahme, daß der Auftreffort in jeder Dimension  $x$  der Oberfläche mit der Dichtefunktion  $f(x) = 1/l$  gleichmäßig über die Kantenlänge  $l$  dieses Kristalls verteilt ist,

ergibt sich für den Erwartungswert [11] des Ortes

$$\bar{x} = \int_{x_0 - \frac{l}{2}}^{x_0 + \frac{l}{2}} x f(x) dx = x_0, \quad (3.16)$$

wobei  $x_0$  die Kristallmitte kennzeichnet, und für die Standardabweichung [11]

$$\sigma_I(x) = \sqrt{\int_{x_0 - \frac{l}{2}}^{x_0 + \frac{l}{2}} (x - x_0)^2 f(x) dx} = \frac{l}{\sqrt{12}}. \quad (3.17)$$

Dies ist unter Vernachlässigung von Fluktuationen des Schauermaximums die eingebaute Ortsauflösung des Kalorimeters.

### 3.2.2 Die lineare Wichtung

Um den Auftreffort genauer zu rekonstruieren, betrachtet man insgesamt  $n$  im Cluster enthaltene Kristalle. Ohne Kenntnis der Verteilungen der in den Kristallen deponierten Energieanteile

$$\epsilon_i = \frac{E_i}{\sum_{i=1}^n E_i} \quad (3.18)$$

ist keine genaue Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeiten möglich. Ein üblicher Ansatz ist, daß die Wahrscheinlichkeit linear mit dem Energieanteil wächst. Der Erwartungswert des Ortes bildet sich dann nach der Vorschrift

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (3.19)$$

mit den Gewichten

$$w_i = \epsilon_i \quad (3.20)$$

für alle Kristallmitten  $x_i$ . Die ursprüngliche Annahme, daß der Auftreffort gleichmäßig über den Bereich eines Kristalls verteilt ist, steht nun im Widerspruch zum exponentiellen Energieprofil des Schauers. Eine Berechnung des rekonstruierten Ortes  $\bar{x}$  in einem eindimensionalen Koordinatensystem mit Ursprung in der Mitte des Kristalls, der bei  $x_t$ <sup>1</sup> getroffen wurde, führt unter Verwendung eines Profils der Form

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{2} e^{-|x-x_t|} \quad (3.21)$$

<sup>1</sup>Im folgenden werden die Indizes „t“ für „true“ und „r“ für „reconstructed“ verwendet.



auf den Ausdruck

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=-k}^{-1} kl \int_{kl-\frac{l}{2}}^{kl+\frac{l}{2}} e^{x-x_t} dx + \sum_{i=1}^k kl \int_{kl-\frac{l}{2}}^{kl+\frac{l}{2}} e^{x_t-x} dx \right). \quad (3.22)$$

Darin bezeichnet  $l$  wiederum die Kristalllänge und  $k$  die Anzahl der Kristalle, die links und rechts vom zentralen Kristall mitgezählt werden. Da der Beitrag für den unrealistisch beschriebenen Bereich  $k = 0$  wegfällt, enthält die Summe  $2k$  Terme. Nach Ausführung der Integration und Zusammenfassung der Teilsummen erhält man

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k k l e^{-kl} \left( e^{\frac{l}{2}} - e^{-\frac{l}{2}} \right) (e^{x_t} - e^{-x_t}). \quad (3.23)$$

Die Abhängigkeit des rekonstruierten Ortes  $\bar{x}$  vom Auftreffort  $x_t$  ist durch

$$\bar{x} \sim \frac{e^{x_t} - e^{-x_t}}{2} = \sinh x_t \quad (3.24)$$

gegeben. Der hyperbolische Verlauf wird als S-Verformung bezeichnet. Eine zweidimensionale Simulation des Problems, in der das Schauerprofil mit Rücksicht auf die benötigte Rechenzeit durch eine unkorrelierte Normalverteilung

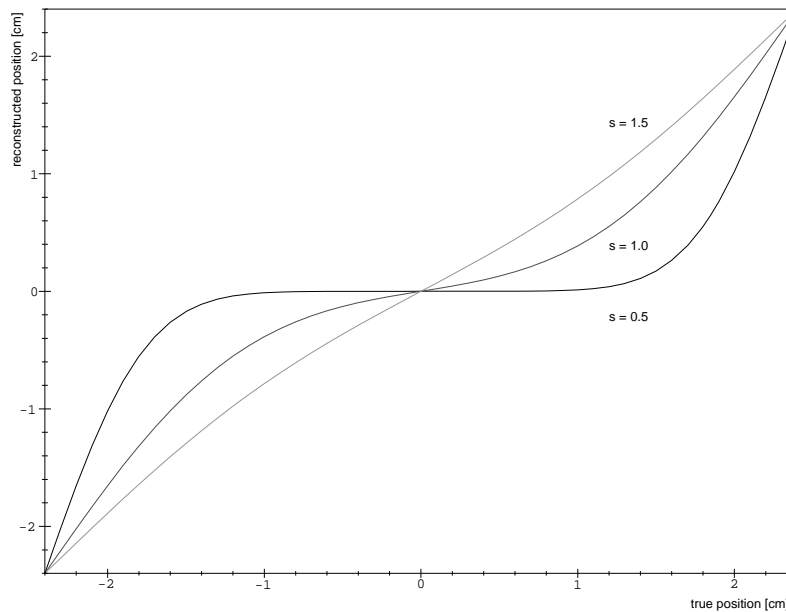
$$\frac{d^2 E}{dx dy} = \frac{1}{2\pi s^2} e^{-\frac{(x-x_t)^2 - (y-y_t)^2}{2s^2}} \quad (3.25)$$

mit variabler Breite  $s$  genähert wurde, lieferte Abbildung 3.3. Es ist darin zu erkennen, daß die S-Verformung der Einheitsgeraden mit wachsender Schauerbreite, was im Kalorimeter wachsender Energie entspricht, abnimmt. Eine weitere Verfälschung resultiert aus der Tatsache, daß nur über eine begrenzte Anzahl von Kristallen summiert wird. Diese Restriktion folgt aus der in Abschnitt 3.1.2 erwähnten Energieschwelle. Der erste Term in Gleichung 3.23 ist eine monoton mit  $k$  wachsende Reihe. Daraus folgt, daß der Anstieg der Rekonstruktionsfunktion mit abnehmendem Summationsumfang sinkt. Abbildung 3.4 stellt diesen Effekt dar.

### 3.2.3 Alternative Wichtungsmethoden

Es existiert eine Reihe von Ansätzen, um das Problem der S-Verformung zu behandeln. Sie beruhen meist auf einer Modifikation der Wichtung. Da die konstante Näherung des exponentiellen Energieprofils für große Energieanteile besonders schlecht ist, scheint es sinnvoll, diese Werte geringer zu wichten. Hierzu bieten sich Logarithmus- oder Potenzfunktionen an, deren Parameter für jedes spezielle Experiment optimiert werden. Die logarithmische Wichtung mit den Gewichten

$$w_i = \max(0, a + \ln(\epsilon_i)) \quad (3.26)$$



**Abbildung 3.3:** Numerische Simulation der linearen Wichtung. Der rekonstruierte Ort ist gegen den Schauerursprung aufgetragen. Die Schauerbreite nach Gleichung 3.25 beträgt  $s = 0,5; 1; 1,5$ . Der Summationsumfang nach Gleichung 3.22 beträgt  $k = 2$ . Die S-Verformung nimmt mit wachsender Schauerbreite ab.

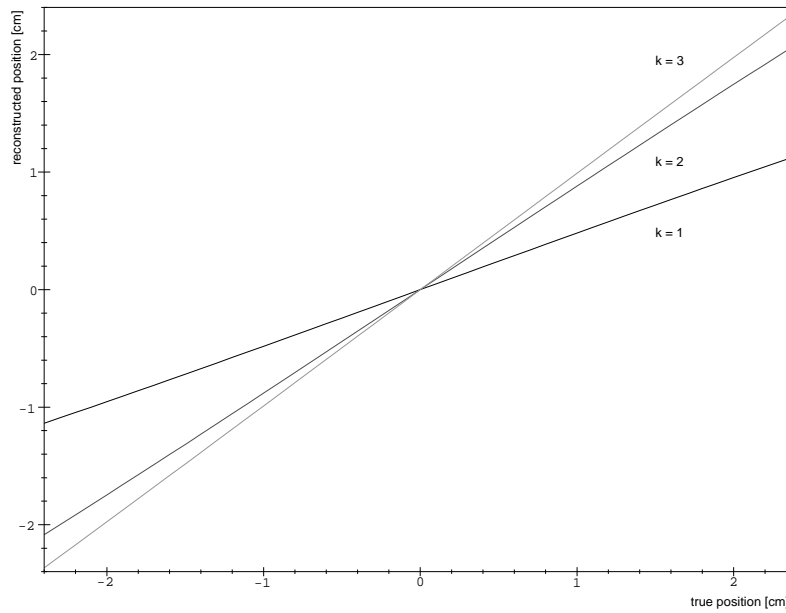
bietet den zusätzlichen Vorteil des Abschneideparameters  $a$  für zu kleine Energieanteile. Sie hat sich in vielen Experimenten durchgesetzt [14].

Die Möglichkeit einer nachträglichen Korrektur der S-Kurve wird in Kapitel 5 untersucht.

### 3.3 Anpassungsmethoden

#### 3.3.1 Die Wahrscheinlichkeitsdichte

Die Unkenntnis der Energieverteilungen in den Kristallen eines Clusters beschränkt die mit Schwerpunktmethode erreichbare Auflösung. Anpassungsmethoden beginnen daher mit einer grundlegenden Analyse des Schauerprofils. Die Energieanteile  $n$  betrachteter Kristalle unterliegen dabei einer  $n$ -dimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichte. Außerdem beheben solche Methoden das Problem der Gleichverteilung des Auftreffortes innerhalb eines Kristalls, indem sie den Auftreffort als weitere Dimension der Wahrscheinlichkeitsdichte betrachten. Unter Berücksichtigung der Ortskoordinaten  $x$  und  $y$  entsteht die  $(n + 2)$ -dimensionale Dichte  $f(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n, x, y)$ , mit deren Hilfe der Ursprungsort jedes beobachteten Clusters an dessen Energieanteile angepaßt werden kann. Dazu wird die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte des Ortes



**Abbildung 3.4:** Numerische Simulation der linearen Wichtung. Der rekonstruierte Ort ist gegen den Schauerursprung aufgetragen. Die Schauerbreite nach Gleichung 3.25 beträgt  $s = 5$ . Der Summationsumfang nach Gleichung 3.22 beträgt  $k = 1; 2; 3$ . Die Kippung nimmt mit wachsendem Summationsumfang ab.

unter Kenntnis der Energieanteile benötigt, die nach dem Bayesschen Satz [15] durch

$$f(x, y | \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) = \frac{f(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n, x, y)}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \int_{y_{min}}^{y_{max}} f(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n, x, y) dy dx} \quad (3.27)$$

gegeben ist. Bei Kenntnis dieser Dichte stehen folgende Schätzwerte für den Ort zur Verfügung:

#### Erwartungswert

$$\hat{x} = \int_{x_{min}}^{x_{max}} \int_{y_{min}}^{y_{max}} x f(x, y | \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) dy dx, \quad (3.28)$$

$$\hat{y} = \int_{x_{min}}^{x_{max}} \int_{y_{min}}^{y_{max}} y f(x, y | \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) dy dx \quad (3.29)$$

#### Modalwert

$$f(\hat{x}, \hat{y} | \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) = \max_{x, y} f(x, y | \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) \quad (3.30)$$

**Median**

$$\int_{x_{min}}^{\hat{x}} \int_{y_{min}}^{y_{max}} f(x, y | \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) dy dx = \frac{1}{2}, \quad (3.31)$$

$$\int_{x_{min}}^{x_{max}} \int_{y_{min}}^{\hat{y}} f(x, y | \epsilon_1, \dots, \epsilon_n) dy dx = \frac{1}{2} \quad (3.32)$$

**3.3.2 Maximum-Likelihood-Anpassung**

Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichte in Gleichung 3.27 läßt sich in umgekehrter Weise durch die bedingten Dichten der Energieanteile ausdrücken. Für den Fall, daß der Auftreffort ohne Berücksichtigung der Energieabhängigkeit gleichmäßig innerhalb  $x_{min} \dots x_{max}$ ,  $y_{min} \dots y_{max}$  verteilt ist, gilt

$$f(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n, x, y) = \frac{f(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n | x, y)}{(x_{max} - x_{min})(y_{max} - y_{min})}. \quad (3.33)$$

Unter Vernachlässigung der Abhängigkeiten zwischen den Energieanteilen der einzelnen Kristalle ist die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte, diese Energieanteile unter Kenntnis des Ortes zu beobachten, die Likelihood-Funktion

$$L(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n | x, y) = \prod_{i=1}^n f(\epsilon_i | x, y). \quad (3.34)$$

Legt man den Modalwert als Schätzwert zugrunde, reduziert sich die Schätzung auf die Bestimmung des Maximums der Likelihood-Funktion.

Die Maximum-Likelihood-Schätzung ist eine allgemeine Methode zur Ermittlung von Parametern einer Verteilung. Es läßt sich zeigen, daß sie asymptotisch erwartungstreu, konsistent, effektiv, erschöpfend und asymptotisch normalverteilt ist [11]. Zur Vereinfachung der Rechnung minimiert man den negativen Logarithmus der Likelihood-Funktion

$$-\ln L(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n | x, y) = -\sum_{i=1}^n \ln(f(\epsilon_i | x, y)). \quad (3.35)$$

**3.3.3  $\chi^2$ -Anpassung**

Während die Maximum-Likelihood-Methode auf der genauen Kenntnis der Energieverteilungen in Abhängigkeit vom Auftreffort beruht, vernachlässigt die  $\chi^2$ -Anpassung auch diese Information. Unter Annahme der Normalverteilung

$$f(\epsilon_i | x, y) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\epsilon_i - \bar{\epsilon}_i(x, y))^2}{2\sigma_i^2}} \quad (3.36)$$

ergibt sich für die negative logarithmierte Likelihood-Funktion

$$-\ln L(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n | x, y) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{(\epsilon_i - \bar{\epsilon}_i(x, y))^2}{\sigma_i^2} + \text{const}. \quad (3.37)$$

Diese Methode bietet den Vorteil, daß die Mittelwerte  $\bar{\epsilon}_i(x, y)$  der Energieverteilungen direkt in den zu minimierenden Ausdruck eingesetzt werden können.

Die Summe der Quadrate  $n$  standardisiert normalverteilter Größen unterliegt der  $\chi^2$ -Verteilung mit  $n - p$  Freiheitsgraden, wobei  $p$  die Anzahl der geschätzten Parameter ist. Der Ausdruck

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(\epsilon_i - \bar{\epsilon}_i(\hat{x}, \hat{y}))^2}{\sigma_i^2} \quad (3.38)$$

ist also mit  $n - 2$  Freiheitsgraden  $\chi^2$ -verteilt. Das Vertrauensniveau der Anpassung kann dieser Verteilung direkt entnommen werden.



## Kapitel 4

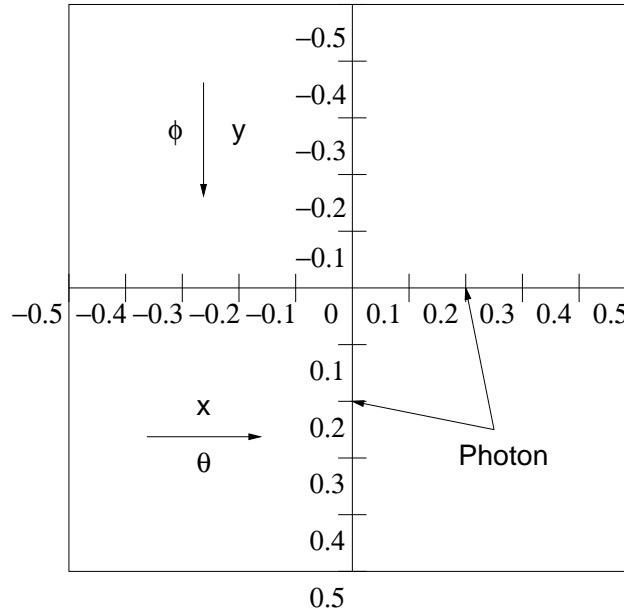
# Die Entwicklung der Anpassungsalgorithmen

Gegenstand der vorliegenden Diplomarbeit ist die Entwicklung und Erprobung von Anpassungsmethoden für die Ortsrekonstruktion im *BABAR*-Kalorimeter. Im Hinblick auf die Optimierung der Rekonstruktionsalgorithmen stand die Frage im Vordergrund, ob sich durch Verwendung dieser Methoden eine grundsätzliche Verbesserung der Ortsauflösung erzielen läßt. Daher wurden ausschließlich eindimensionale Likelihood- und  $\chi^2$ -Methoden im Bereich des Barrels untersucht. Den Ausgangspunkt dafür bildete die Analyse des Schauerprofils unter verschiedenen Randbedingungen. Im weiteren Verlauf wurden die Softwaremodule entwickelt, die die Anpassung im Rekonstruktions-Framework übernehmen. Dieses Kapitel protokolliert die einzelnen Arbeitsschritte.

### 4.1 Analyse des Schauerprofils

#### 4.1.1 Simulation der Ereignisse

Die verwendeten Anpassungsmethoden beruhen auf der Kenntnis der Schauerenergieverteilungen in einzelnen Bereichen des Clusters in Abhängigkeit vom Auftreffort des Photons. Der Ort wird dabei als Parameter behandelt. Im eindimensionalen Fall wird die Verteilung in Abhängigkeit einer Ortskoordinate ermittelt, während die andere Koordinate an dem Erwartungswert festgehalten wird, den sie ohne die Abhängigkeit der Verteilung hätte. Diese Vereinfachung reduziert die Menge der benötigten Meßpunkte auf zwei Geraden, die durch die Kristallmitte verlaufen. Auf jeder dieser Geraden wurden 11 äquidistant verteilte Punkte gewählt. [Abbildung 4.1](#) zeigt das verwendete Koordinatensystem. Die Photonen wurden mit dem Monte-Carlo-Package `bbsim` [\[12\]](#) der *BABAR*-Software-Releases 7.5.1 und 7.12.8 simuliert. Es wurde für jeden gewählten Punkt eine Konfigurationsdatei (Cards) mit der An-



**Abbildung 4.1:** Die gewählten Messpunkte auf der Oberfläche des Zielkristalls. Die Laborwinkel  $\theta$  und  $\phi$  sind linear auf die Längen  $x$  und  $y$  skaliert. Auf den Geraden sind 11 äquidistante Punkte  $-0,5; -0,4; \dots; 0,5$  verteilt.

weisung generiert, im Wechselwirkungspunkt des Detektors 10000 Photonen mit fester Energie und dem Laborwinkel des Punktes zu erzeugen. Alle Detektorkomponenten außer dem Kalorimeter wurden deaktiviert. Die Ausgabedateien (XDR<sup>1</sup>) enthielten somit nur die Hits der Schauer. Dieses Verfahren wurde auf die Kristalle aus dem  $\phi$ -Ring  $\phi_0 = 2$  der  $\theta$ -Ringe  $\theta_0 = 12$ ,  $\theta_0 = 33$  und  $\theta_0 = 54$  unter Verwendung der Photonenergien 200 MeV, 500 MeV, 3000 MeV und 6000 MeV angewendet. Dadurch wurde die Abhängigkeit des Schauerprofils von der Photonenergie und der Kristallanordnung einschließlich Staggering berücksichtigt.

#### 4.1.2 Ermittlung der Schauerprofile

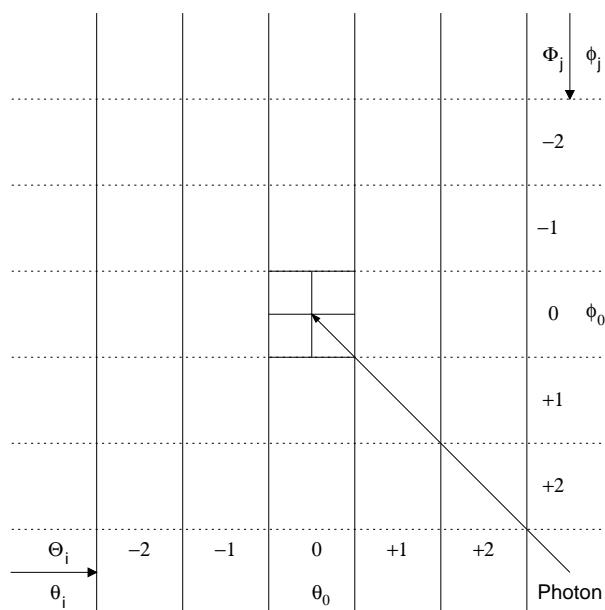
Die XDR-Dateien wurden mit der Rekonstruktionssoftware des Kalorimeters aus dem Package **EmcReco** derselben Releases verarbeitet. Im Modul **EmcHist**, das für die Analyse der Clusterdaten verantwortlich ist, wurde eine Funktion eingefügt, die die Energien  $E_{\theta_i, \phi_j}$  der Digis in je 5 Streifen entlang  $\theta$  und  $\phi$  einteilt. [Abbildung 4.2](#) zeigt die Bezeichnung der Streifen. Anschließend wurden die Streifenenergien jeder Richtung auf ihre Summe normiert. Die Energieanteile  $\epsilon_{\Theta_i}$  und  $\epsilon_{\Phi_j}$  der Streifen

$$\Theta_i = \theta_i - \theta_0, \quad (4.1)$$

$$\Phi_j = \phi_j - \phi_0 \quad (4.2)$$

<sup>1</sup>eXtended Data Record





**Abbildung 4.2:** Die Einteilung der Digis in je 5 Streifen  $\Theta_i$  und  $\Phi_j$  entlang der Kristallindizes  $\theta_i$  und  $\phi_j$ . Die Streifen mit Index 0 enthalten den Zielkristall mit den Indizes  $\theta_0$  und  $\phi_0$ .

betragen danach

$$\epsilon_{\Theta_i} = \frac{\sum_{\phi_j=0}^{119} E_{\theta_i, \phi_j}}{\sum_{\theta_i=\theta_0-2}^{\theta_0+2} \sum_{\phi_j=0}^{119} E_{\theta_i, \phi_j}}, \quad (4.3)$$

$$\epsilon_{\Phi_j} = \frac{\sum_{\theta_i=1}^{56} E_{\theta_i, \phi_j}}{\sum_{\phi_j=\phi_0-2}^{\phi_0+2} \sum_{\theta_i=1}^{56} E_{\theta_i, \phi_j}}. \quad (4.4)$$

In die Ausgabedatei (HBOOK<sup>2</sup>) des Moduls wurde ein Tupel mit den 10 Energieanteilen jedes Clusters geschrieben.

Als Plattform für Simulation und Rekonstruktion diente das Unix-Netzwerk des SLAC, das für die Daten eines Kristalls und einer Energie eine Gesamtrechnenzeit zwischen 2 Tagen und 2 Wochen benötigte.

<sup>2</sup>Histogram BOOK

### 4.1.3 Untersuchung der Energieverteilungen

Die HBOOK-Dateien wurden auf den Festplattenspeicher der Dresdner *BABAR*-Gruppe kopiert und auf den lokalen Unix-Rechnern analysiert. Dabei wurde das Fortran-basierte Anwenderprogramm PAW<sup>3</sup> [13] mit der Makrosprache KUMAC<sup>4</sup> eingesetzt. Den zentralen Teil der KUMAC-Programmierung bildete die Anpassung geeigneter Wahrscheinlichkeitsdichten an die Energieanteile. Unter Nutzung von Erkenntnissen aus Novosibirsk [16] wurde eine logarithmische Normalverteilung der Form

$$f_l(\epsilon_I) = \frac{1}{b_I\sqrt{\pi}} \frac{1}{1-\epsilon_I} e^{-\left(\frac{\ln(1-\epsilon_I) - a_I}{b_I}\right)^2}, \quad 0 \leq \epsilon_I < 1 \quad (4.5)$$

für die Energieanteile der zentralen Streifen  $\Theta, \Phi = I = 0$  bzw.

$$f_r(\epsilon_I) = \frac{1}{b_I\sqrt{\pi}} \frac{1}{\epsilon_I} e^{-\left(\frac{\ln(\epsilon_I) - a_I}{b_I}\right)^2}, \quad 0 < \epsilon_I \leq 1 \quad (4.6)$$

für die Energieanteile der äußeren Streifen  $\Theta, \Phi = I = -2, -1, +1, +2$  zugrundegelegt. Die Parameter  $a_I$  und  $b_I$  wurden mittels Maximum-Likelihood-Anpassung an Histogramme der Energieanteile ermittelt. Hierbei wurde ein Bestimmtheitsmaß [17]  $B > 0.99$  gefordert. Abweichungen von der angepaßten Dichte traten vor allem im Bereich geringer Wahrscheinlichkeit auf. Beispiele für Energieverteilungen und Wahrscheinlichkeitsdichten in  $\Theta$ -Streifen sind in Abbildung 4.3 gegeben.

Die Häufigkeiten der ausgeschlossenen Punkte  $\epsilon_0 = 1$  bzw.  $\epsilon_I = 0$  wurden getrennt ausgezählt. Außerdem wurden Mittelwert und Standardabweichung der Verteilungen für jeden Streifen berechnet. Die Parameter  $a_I, b_I$  und die relative Gesamthäufigkeit der logarithmischen Normalverteilung

$$h_I = \frac{N(0 \leq \epsilon_I < 1)}{N(0 \leq \epsilon_I \leq 1)} \mid I = 0, \quad (4.7)$$

$$h_I = \frac{N(0 < \epsilon_I \leq 1)}{N(0 \leq \epsilon_I \leq 1)} \mid I \neq 0 \quad (4.8)$$

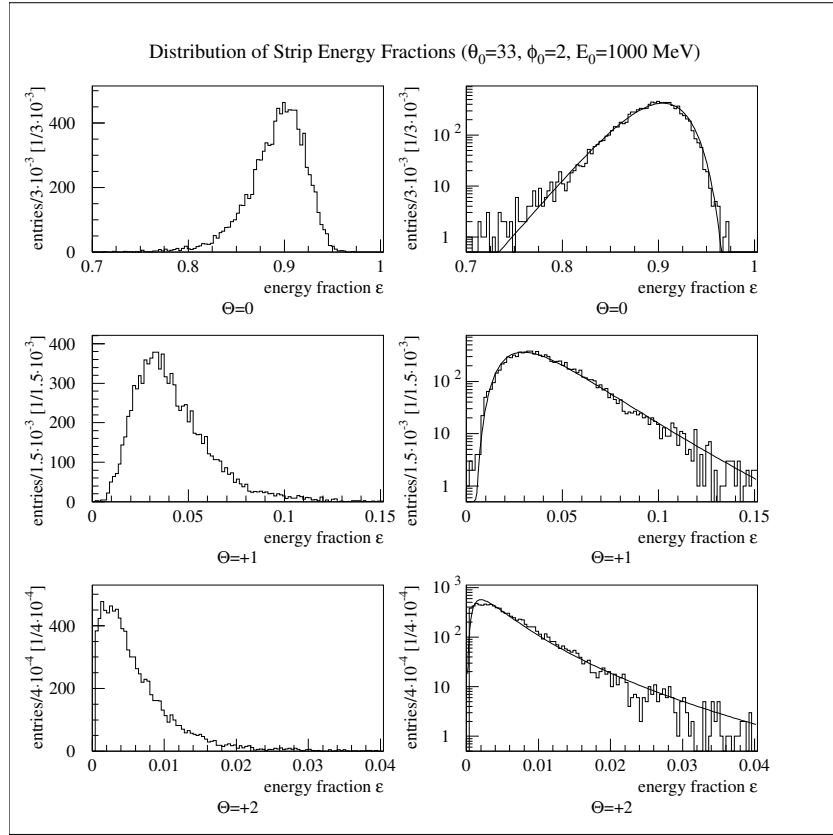
sowie die Mittelwerte und Standardabweichungen wurden in Textdateien abgespeichert.

### 4.1.4 Beschreibung der Parameterfunktionen

Nach Ermittlung der Verteilungsparameter für alle Meßpunkte eines Kristalls wurden HBOOK-Dateien mit Diagrammen der Parameter erstellt. Dazu wurden die einzelnen Parameter wieder eingelesen und über der Ortskoordinate ihrer Meßpunkte

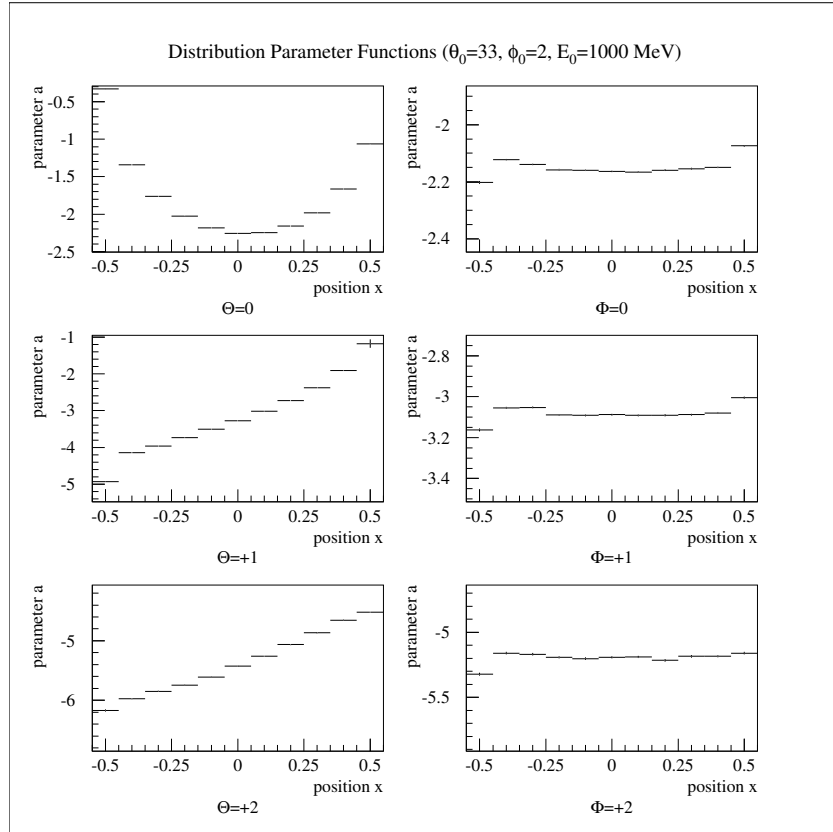
<sup>3</sup>Physics Analyses Workstation

<sup>4</sup>Kit for a User Interface MACro Language



**Abbildung 4.3:** Beispiele für Energieverteilungen in  $\Theta$ -Streifen. Der Zielkristall lag bei  $\theta_0 = 33$  und  $\phi_0 = 2$ . Die Photonenergie betrug  $E_0 = 1000$  MeV. Links sind die Häufigkeitsverteilungen und rechts zusätzlich die skalierten Wahrscheinlichkeitsdichten mit den angepaßten Parametern dargestellt. Im Bereich geringer Wahrscheinlichkeit weicht die Verteilung von der Dichte ab.

aufgetragen. Gemäß Abbildung 4.1 wurden die Parameter der  $\Theta$ -Streifen als Funktion von  $x$  und die Parameter der  $\Phi$ -Streifen als Funktion von  $y$  dargestellt. In Abbildung 4.4 ist ein Beispiel für die Abhängigkeit beider Richtungen von  $x$  angegeben, das damit sowohl die verwendeten als auch die vernachlässigten Abhängigkeiten zeigt. Um eine stetige Abhängigkeit der Parameter von den Ortskoordinaten zu erhalten, wurden Polynome angepaßt. Dabei erwiesen sich Polynome 3. Grades als ausreichend. Da die Verteilungen an den Randpunkten der Kristalloberfläche  $x, y = -0,5; 0,5$  von den gewählten Verteilungstypen abweichen, wurden diese Punkte von der Anpassung ausgeschlossen. Die 4 Koeffizienten jedes Polynoms wurden in weiteren Textdateien abgespeichert.



**Abbildung 4.4:** Beispiele für Parameterfunktionen der Energieverteilungen in  $\Theta$ - und  $\Phi$ -Streifen. Der Zielkristall lag bei  $\theta_0 = 33$  und  $\phi_0 = 2$ . Die Photonenergie betrug  $E_0 = 1000$  MeV. Der Parameter  $a$  der logarithmischen Normalverteilung ist in Abhängigkeit des Ortsparameters  $x$  dargestellt. Die links gezeigten Funktionen werden zur Anpassung verwendet, die rechts gezeigten werden vernachlässigt. An den Randpunkten treten durch Änderung des Verteilungstyps Parametersprünge auf.

## 4.2 Programmierung der Module

### 4.2.1 Die Anpassungsfunktionen

Im Package `EmcReco` des Test-Releases wurden die C++-Klassen `EmcPosLikeFit` und `EmcPosShapeFit` eingefügt, die die Anpassung der simulierten Schauerprofile an die gemessenen Profile übernehmen. Den Konstruktoren [18] beider Klassen

```

EmcPosLikeFit ( long r, List<double>* y, double* p,
double* c, double* o );5
EmcPosShapeFit (long r, List<double>* y, double* p,
double* c, double* o );

```

wird vom Modul `EmcHist` die Anzahl der Seitenstreifen `r`, ein Zeiger [18] `y` auf  $2r+1$  Listen von Streifenenergien, ein Zeiger `p` auf Minimierungsbedingungen, ein Zeiger `c` auf Parameterkoeffizienten und ein Zeiger `o` für Ausgabewerte übergeben. Grundlage der Ortsrekonstruktion durch diese Klassen ist, daß der Kristall mit der maximalen Energie als getroffener Kristall betrachtet wird. Er bestimmt die Streifeneinteilung nach Abbildung 4.2 und die Wahl der Koeffizienten der Parameterpolynome. Diese sind des weiteren von der Photonenergie abhängig, die im einfachsten Fall durch die Clusterenergie genähert wird. Gemäß der logarithmischen Normalverteilung der Clusterenergie bedingt dies aber bereits ohne weitere Energiekorrektur [19] einen zufälligen Fehler. Die Parameterkoeffizienten werden aus den entsprechenden Textdateien eingelesen und unter den Zeiger `c` geschrieben. Die Energieanteile  $\epsilon_I$  der  $\Theta$ - und  $\Phi$ -Streifen werden in Listen geschrieben und unter `y` abgelegt.

Durch die Verwendung von Zeigern auf Listen sind die Klassen grundsätzlich in der Lage, ein einziges Schauerprofil an eine beliebige Anzahl von Clustern mit einer unbegrenzten Streifenanzahl anzupassen. Die Anpassungsfunktion wird durch die Elementfunktion

```
virtual double f ( double x );
```

repräsentiert. Diese berechnet aus dem Ortsparameter `x` und den Parameterkoeffizienten unter `c` zunächst die Polynome 3. Grades der Parameterfunktionen. In der Klasse `EmcPosLikeFit` wird daraus die logarithmierte Likelihood-Funktion der Energieanteile berechnet. Als bedingte Wahrscheinlichkeitsdichte dient die logarithmische Normalverteilung mit den Parametern  $a_I(\mathbf{x})$  und  $b_I(\mathbf{x})$  aus Gleichung 4.6 und ihrer relativen Häufigkeit  $h_I(\mathbf{x})$  aus Gleichung 4.8. Dabei wird berücksichtigt, daß die Energieanteile durch ihre gemeinsame Normierung eine redundante Korrelation besitzen, und der mittlere Streifen  $I = 0$  ausgeschlossen. Aus Gleichung 3.35 ergibt sich dann

$$f(\mathbf{x}) = - \sum_{I=-2,-1,+1,+2} \ln \left( h_I(\mathbf{x}) \frac{1}{b_I(\mathbf{x})\sqrt{\pi}} \frac{1}{\epsilon_I} e^{-\left(\frac{\ln(\epsilon_I) - a_I(\mathbf{x})}{b_I(\mathbf{x})}\right)^2} \right). \quad (4.9)$$

In der Klasse `EmcPosShapeFit` wird stattdessen die  $\chi^2$ -Funktion

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{I=-2,-1,+1,+2} \frac{(\epsilon_I - \bar{\epsilon}_I(\mathbf{x}))^2}{\sigma_I^2} \quad (4.10)$$

<sup>5</sup>Auf „const“-Deklarationen wird der Übersichtlichkeit halber verzichtet.

mit den berechneten Mittelwerten  $\bar{\epsilon}_I(\mathbf{x})$  und Standardabweichungen  $\sigma_I$  nach Gleichung 3.38 gebildet.

### 4.2.2 Die Minimierungsalgorithmen

Die eigentliche Minimierung wird durch Aufruf der Funktion

```
void operator () ();
```

der Basisklasse `EmcPosFit` vorgenommen. Diese entnimmt Startwert  $\mathbf{x}$ , Startschrittweite  $\mathbf{d}$  und Intervallgrenzen aus den Minimierungsbedingungen und bestimmt das Minimum der Anpassungsfunktion  $\_f(\mathbf{x})$ . Für den Algorithmus wurden zwei Methoden entwickelt:

**Intervallhalbierung** Wenn  $\_f(\mathbf{x} - \mathbf{d})$  und  $\_f(\mathbf{x} + \mathbf{d})$  gleichzeitig größer oder kleiner sind als  $\_f(\mathbf{x})$ , dann halbiere  $\mathbf{d}$ . Wenn einer der Werte größer und der andere kleiner ist als  $\_f(\mathbf{x})$ , dann gehe einen Schritt  $\mathbf{d}$  in Richtung des kleineren. Wiederhole den Prozeß so lange, bis die Schrittweite  $\mathbf{d}$  auf die Zielgenauigkeit reduziert ist.

**Anstiegsschätzung** Berechne die Differenzenquotienten

$$\_f'(\mathbf{x}) = \frac{\Delta \_f(\mathbf{x})}{\Delta \mathbf{x}}, \quad (4.11)$$

$$\_f''(\mathbf{x}) = \frac{\Delta \_f'(\mathbf{x})}{\Delta \mathbf{x}} \quad (4.12)$$

mit Zielgenauigkeit  $\Delta \mathbf{x}$  und gehe zum Schätzwert

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \frac{\_f'(\mathbf{x})}{\_f''(\mathbf{x})}. \quad (4.13)$$

Wiederhole die Schätzung so lange, bis  $\_f''(\mathbf{x}) > 0$  gilt und die Schrittweite  $\mathbf{d} = |\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}|$  auf die Zielgenauigkeit reduziert ist.

Die Zielgenauigkeit war der  $10^6$ te Teil der Intervallbreite. Die Intervallhalbierung benötigte stets weniger als 20 Schleifendurchläufe. Die Anstiegsschätzung benötigte nochmals weniger Schleifendurchläufe, jedoch mehr Rechenzeit für die Schätzung und daher annähernd dieselbe Gesamtrechenzeit. Aufgrund ihrer Einfachheit wurde die Intervallhalbierung als Standardmethode gewählt.

Die Anpassungsfunktion  $\_f(\mathbf{x})$  wird in der Umgebung des gefundenen Schätzwertes  $\hat{\mathbf{x}}$  durch eine Parabel genähert. Da die Anpassungsfunktion in jeder Klasse eine logarithmierte Likelihood-Funktion ist und sich jede Likelihood-Funktion asymptotisch einer Normalverteilung nähert [20], beträgt die Standardabweichung vom Schätzwert

$$\sigma(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2c}}, \quad (4.14)$$

wobei  $c$  der Koeffizient des quadratischen Terms der Parabel ist. Mit der Zielgenauigkeit  $d$  wird dieser Koeffizient durch

$$c = \frac{(\_f(\hat{\mathbf{x}} - d) - \_f(\hat{\mathbf{x}})) + (\_f(\hat{\mathbf{x}} + d) - \_f(\hat{\mathbf{x}}))}{2d^2} \quad (4.15)$$

bestimmt. Der Schätzwert  $\hat{\mathbf{x}}$  und die Standardabweichung  $\sigma(\mathbf{x})$  werden unter den Ausgabezeiger `o` geschrieben. Das Modul `EmcHist` wandelt  $\hat{\mathbf{x}}$  entsprechend Abbildung 4.1 in die Laborwinkel  $\theta$  oder  $\phi$  um.





## Kapitel 5

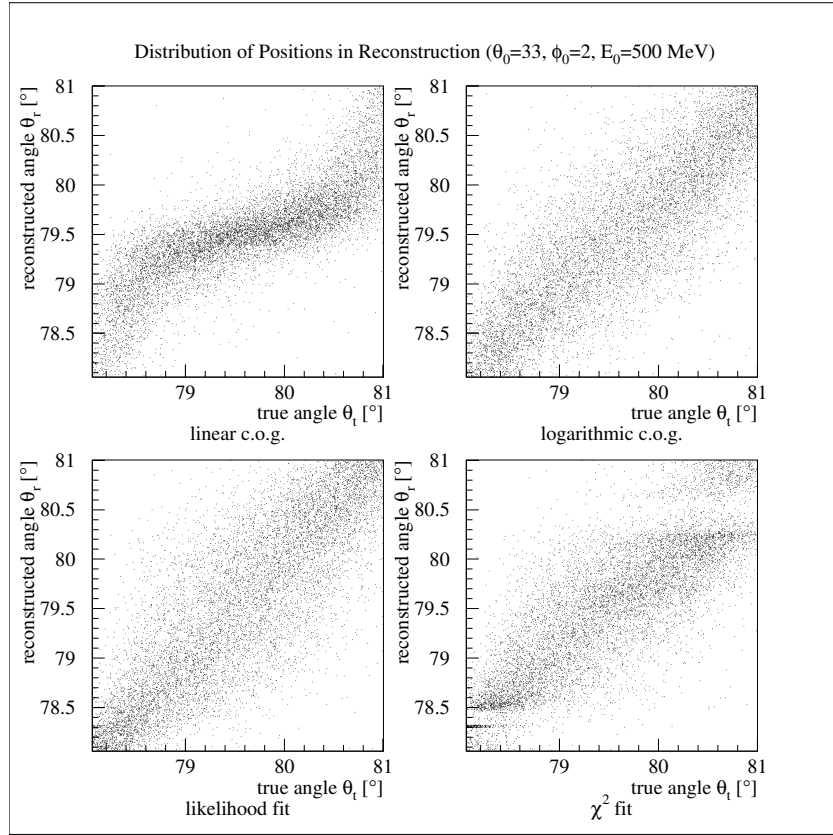
# Die Optimierung der Ortsrekonstruktion

Nach der Entwicklung der Anpassungsalgorithmen bestand der zweite Arbeitskomplex in ihrer Erprobung an simulierten Ereignissen. Zum Vergleich mit bereits existierenden Methoden wurden diese in die Auswertung einbezogen. Es erwies sich als notwendig, in diesem Zusammenhang auch eine Korrektur systematischer Fehler vorzunehmen. Schließlich wurde die Güte der Ortsrekonstruktion anhand verschiedener Kriterien beurteilt. Erläuternde Beispiele sowie eine vollständige Auflistung der Ergebnisse befinden sich in diesem Kapitel.

### 5.1 Vergleich der Methoden

#### 5.1.1 Erzeugung der Daten

Analog zur Darstellung in Abschnitt 4.1 wurden Ereignisse simuliert, allerdings nunmehr auf Basis der Releases 7.12.8 und 8.2.5e. Außerdem wurden neue Cards-Dateien generiert, in denen die festen Laborwinkel durch Winkelbereiche ersetzt wurden. Dadurch wurden jeweils 10000 Photonen gleichmäßig über die Oberfläche des Zielkristalls verteilt. Wie in Abschnitt 4.2.1 diskutiert wurde, rekonstruieren die Anpassungsalgorithmen das Photon aber nicht zwangsläufig im Zielkristall. Deshalb wurde für die acht umliegenden Kristalle dieselbe Anzahl von Photonen simuliert. Die Kristallindizes  $\theta_0$  und  $\phi_0$  bezeichnen weiterhin den Zentralkristall. Für alle Kristalle und alle Energien, die schon in der Analyse der Schauerprofile enthalten waren, wurden neue XDR-Dateien mit den Monte-Carlo-Parametern und den Hits der Photonschauer erzeugt. Während die Parameter die Auftrefforte der Photonen auf den Zielkristall bestimmten, führten die Hits zu Clustern, aus denen diese Orte rekonstruiert wurden. Dabei wurden sowohl die Schwerpunktmethoden aus dem Package `EmcReco` als auch die neu entwickelten Methoden verwendet. Die Schwerpunktsme-



**Abbildung 5.1:** Die Verteilungen simulierter und rekonstruierter Orte am Beispiel des Winkels  $\theta$ . Die Histogramme decken den Zielkristall ab. Er lag bei  $\theta_0 = 33$  und  $\phi_0 = 2$ . Die Photonenergie betrug 500 MeV. Die lineare Wichtung zeigt die S-Verformung. Die logarithmische Wichtung und die Likelihood-Anpassung sind im mittleren Bereich verschmiert. Die  $\chi^2$ -Anpassung scheidet aus.

thoden standen mit linearer und logarithmischer Wichtung zur Verfügung. Der Abschneideparameter der logarithmischen Wichtung, wie er in Gleichung 3.26 definiert wurde, war bereits von anderer Stelle [21] auf den Wert  $a = 4$  optimiert worden. Die Auswertung der HBOOK-Dateien erfolgte wiederum auf Basis von KUMAC-Programmen.

### 5.1.2 Verteilungen der Orte

Die simulierten und die rekonstruierten Winkel  $\theta$  und  $\phi$  unterliegen einer zweidimensionalen Verteilung. Die Verteilungen für alle verwendeten Methoden sind in Abbildung 5.1 am Beispiel einer  $\theta$ -Rekonstruktion gezeigt. Darin ist die S-Verformung der linearen Wichtung deutlich zu erkennen. Die logarithmische Wichtung und die Likelihood-Anpassung führen zu einander ähnlichen Verteilungen. Beide lassen kei-

ne bedeutende Verformung erkennen. Während beide im Bereich der Kristallmitte eine größere Streuung als an den Kristallrändern aufweisen, sind die rekonstruierten Orte der Likelihood-Anpassung zusätzlich zu den Rändern verschoben. Die rekonstruierten Winkel der  $\chi^2$ -Anpassung sind in den Bereichen ausgedünnt, in denen ein- und ausgeschlossene Werte der Energieverteilung aus Gleichung 4.6 die Verteilung in zwei Gipfel außerhalb des Mittelwertes teilen. Die Annahmen der  $\chi^2$ -Anpassung scheinen für den vorliegenden Verteilungstyp ungeeignet. Sie wird im folgenden nicht mehr betrachtet. Im unteren der ausgedünnten Bereiche ist eine scharfe Anhäufung zu erkennen, die auch in der Verteilung der Likelihood-Anpassung existiert. Zum einen deponieren Photonen, die bei Staggering in die Nähe des Kristallrandes treffen, einen so großen Energieanteil im Nachbarkristall, daß die Anpassungsmethoden die Intervallgrenzen des Ortsparameters liefern. Zum anderen sind diese Grenzen um einen geringen Betrag über die Kristallgrenzen hinaus gesetzt, um die inaktiven Bereiche zwischen den Kristallen einzubeziehen.

### 5.1.3 Korrekturfunktionen

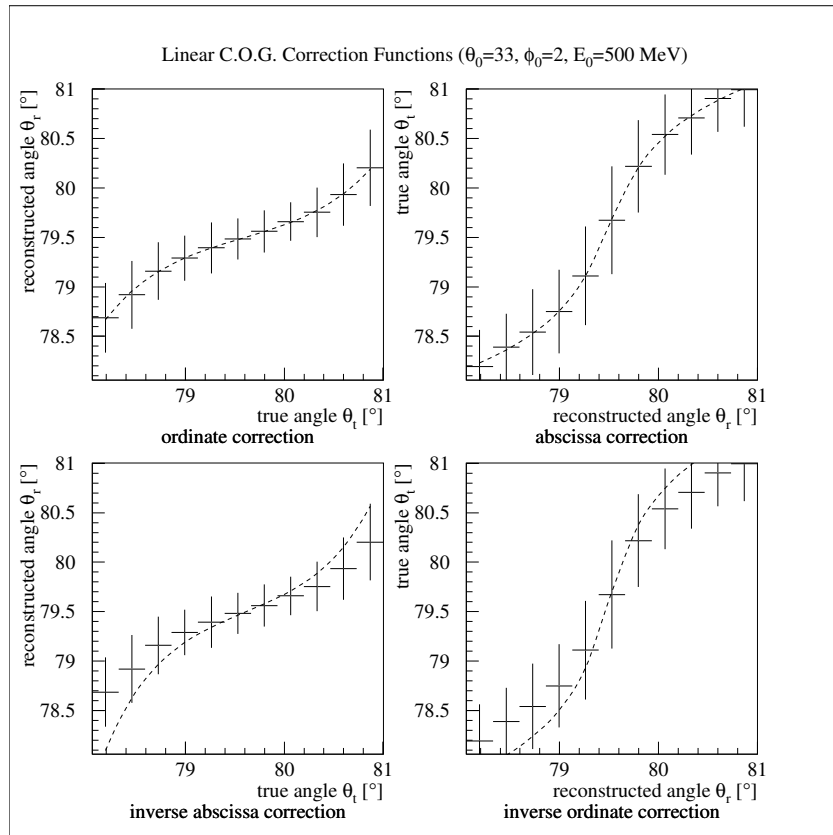
Da in den Ortsverteilungen systematische Abweichungen enthalten sind, ist kein direkter Vergleich der statistischen Fehler möglich. Es ist daher notwendig, Korrekturen anzubringen. Eine Korrekturfunktion  $x_{r,c} = f(x_r)$  weist jedem rekonstruierten Wert  $x_r$  einen korrigierten Wert  $x_{r,c}$  zu. Um solche Funktionen zu bestimmen, wurden eindimensionale Profile der zweidimensionalen Verteilungen erstellt. Darin sind die Mittelwerte und Standardabweichungen einer Größe in den Klassen [11] der anderen Größe aufgetragen. Die möglichen Profile der linearen Wichtung aus Abbildung 5.1 zeigt Abbildung 5.2. An jedes Profil wurde eine Korrekturfunktion angepaßt. Lag der rekonstruierte Ort auf der Ordinatenachse, wurde die Funktion als Ordinatekorrektur bezeichnet. Um eine Korrekturfunktion mit  $x_{r,c} = x_t$  zu erhalten, muß diese Funktion invertiert werden. Wenn der Wertebereich der Funktion den Zielkristall nicht vollständig abdeckt, ist die Umkehrfunktion auch nicht auf dem gesamten Kristall definiert. In diesen Fällen wurde die maximale Korrektur

$$x_{r,c} = \max(x_{min}, \min(x_{max}, x_r)) \quad (5.1)$$

angewendet. Die invertierte Ordinatekorrektur paßt nicht auf das Profil, das den rekonstruierten Ort auf die Abszissenachse abbildet. Dieses Profil ist statistisch eigenständig und besitzt eine eigene Korrekturfunktion, die als Abszissenkorrektur bezeichnet wurde. Die Abszissenkorrektur kann direkt als Korrekturfunktion benutzt werden. Für die Korrektur der Schwerpunktmethode wurde gemäß Gleichung 3.24 eine Funktion der Form

$$x_{r,c} = c_1 \operatorname{arsinh} \left( \frac{x_r - c_2}{c_3} \right) + c_4 \quad (5.2)$$

verwendet. Der Parameter  $c_4$  berücksichtigt die asymmetrische Kalorimetergeometrie. Da für die Likelihood-Anpassung kein entsprechender Ansatz vorlag, wurde lediglich eine lineare Korrektur vorgenommen.

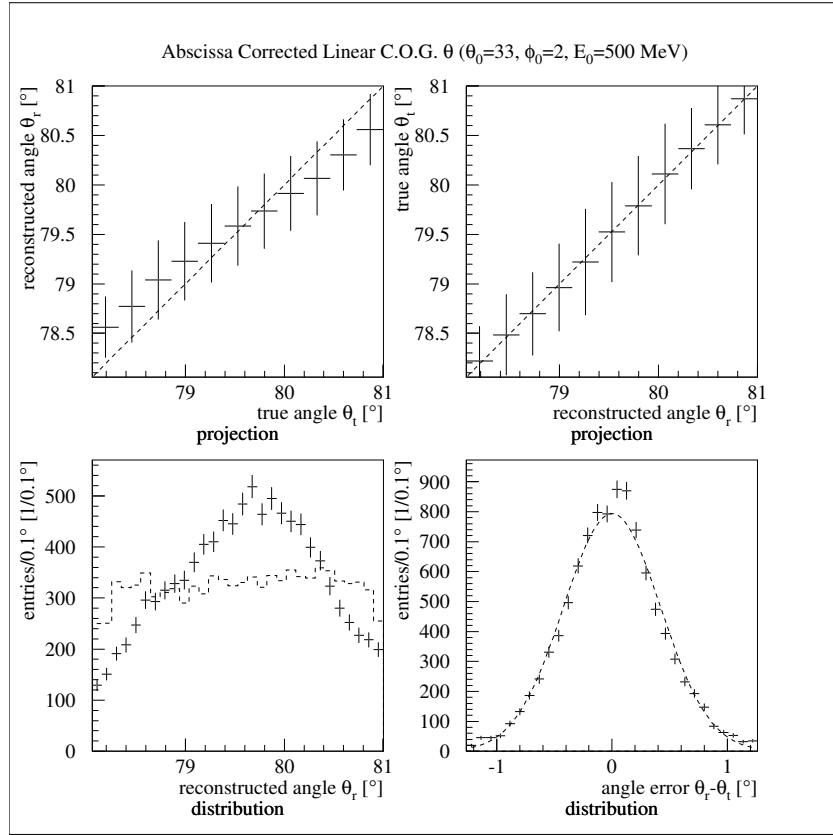


**Abbildung 5.2:** Die möglichen Profile der Ortsverteilungen und die zugehörigen Korrekturfunktionen am Beispiel der linearen Wichtung für den Winkel  $\theta$ . Die Histogramme decken den Zielkristall ab. Er lag bei  $\theta_0 = 33$  und  $\phi_0 = 2$ . Die Photonenergie betrug 500 MeV. Der Name der Korrekturfunktion bezieht sich auf die Achse des rekonstruierten Ortes. Die inversen Korrekturfunktionen passen nicht auf die inversen Profile.

#### 5.1.4 Gütekriterien

Für jede Rekonstruktions- und jede Korrekturmethode wurden Histogramme wie in Abbildung 5.3 erstellt. Das Beispiel der abszissenkorrigierten linearen Wichtung zeigt, daß eine Korrekturfunktion nur dasjenige Profil korrigiert, aus dem sie entstanden ist. Die Histogramme der übrigen Methoden befinden sich in Anhang A. Die eindimensionalen Verteilungen der Orte und des Ortsfehlers beschreiben die Güte der Methode. Sie kann nach verschiedenen Kriterien berechnet werden:

**Fehlerbreite** Die Standardabweichung der Verteilung des Ortsfehlers  $x_e = x_r - x_t$



**Abbildung 5.3:** Die Histogramme zur Auswertung einer Rekonstruktions- und Korrekturmethode am Beispiel der abszissenkorrigierten linearen Wichtung für den Winkel  $\theta$ . Die Histogramme decken den Zielkristall ab. Er lag bei  $\theta_0 = 33$  und  $\phi_0 = 2$ . Die Photonenergie betrug 500 MeV. Die Abszissenkorrektur wirkt nur auf das Abszissenprofil. Die Verteilung der rekonstruierten Orte weicht von der Verteilung der simulierten Orte ab. Der Fehlerverteilung wird eine Gaußkurve angepaßt.

beträgt mit  $n$  Clustern

$$\sigma(x_e) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ei} - \bar{x}_e)^2} \quad (5.3)$$

und hat für den Idealfall der Gaußverteilung [20] einen Fehler von

$$\sigma(\sigma(x_e)) = \frac{1}{\sqrt{2(n-1)}} \sigma(x_e) . \quad (5.4)$$

**Gaußbreite** Der Verteilung des Ortsfehlers wird eine Gaußverteilung mit der Standardabweichung  $\sigma(x_g)$  im Bereich  $-3\sigma(x_g) \dots 3\sigma(x_g)$  um die Spitze angepaßt.

Der Fehler  $\sigma(\sigma(x_g))$  wird vom Anpassungsalgorithmus nach Gleichung 4.14 berechnet.

**Verzerrung** Die Abweichung der Häufigkeitsverteilung  $N_r$  der rekonstruierten Orte von der Verteilung  $N_t$  der wahren Orte berechnet sich aus dem gemeinsamen Histogramm mit  $N_i$  Einträgen in  $k$  Klassen nach

$$\chi^2(x_r, x_t) = \sum_{i=1}^k \left( \frac{N_{r,i} - N_{t,i}}{\sqrt{N_{r,i}}} \right)^2 \quad (5.5)$$

und hat nach Fehlerfortpflanzung einen Fehler von

$$\sigma(\chi^2(x_r, x_t)) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \frac{N_{r,i} - N_{t,i}}{N_{r,i}} \right)^2 \left[ \left( \frac{N_{r,i} + N_{t,i}}{\sqrt{N_{r,i}}} \right)^2 + 4N_{t,i} \right]}. \quad (5.6)$$

**Anomalie** Die Abweichung der Verteilung  $N_e$  des Ortsfehlers von der Gaußverteilung  $N_g$  berechnet sich aus dem Histogramm mit  $N_i$  Einträgen in  $k$  Klassen nach

$$\chi^2(x_e, x_g) = \sum_{i=1}^k \left( \frac{N_{e,i} - N_{g,i}}{\sqrt{N_{e,i}}} \right)^2 \quad (5.7)$$

und hat einen Fehler von

$$\sigma(\chi^2(x_e, x_g)) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left( \frac{N_{e,i} - N_{g,i}}{N_{e,i}} \right)^2 \left[ \left( \frac{N_{e,i} + N_{g,i}}{\sqrt{N_{e,i}}} \right)^2 + 4N_{g,i} \right]}. \quad (5.8)$$

**Effektivität** Jede Methode kann nur einen bestimmten Teil  $N_r$  der  $N_0$  vorhandenen Cluster verarbeiten. Die Schwerpunktmethode liefern nur sinnvolle Ergebnisse, wenn in jeder Richtung mehr als ein Digi zur Verfügung steht. Dies wirkt sich insbesondere auf die logarithmische Wichtung aus, die durch den Abschneideparameter jedes Digi mit  $E_i < 0,018E_0$  ignoriert. Die Anpassungsmethoden fordern dasselbe für die Anzahl der Streifen. Das Kriterium ist

$$\epsilon = \frac{N_r}{N_0} \quad (5.9)$$

mit einem Fehler von

$$\sigma(\epsilon) = \sqrt{\frac{N_r}{N_0^2} + \frac{N_r^2}{N_0^3}}. \quad (5.10)$$

Eine Methode ist um so besser, je höher ihre Effektivität bei möglichst niedrigen Werten der übrigen Kriterien ist. Dabei besitzen Fehler- und Gaußbreite ein größeres Gewicht als Verzerrung und Anomalie.

## 5.2 Aufstellung wichtiger Ergebnisse

### 5.2.1 Die Ergebnisse in Zahlen

Die Tabellen [B.1](#) bis [B.8](#) in Anhang [B](#) enthalten die Gütekriterien der linear (lin) und logarithmisch (log) gewichteten Schwerpunktmethoden (COG<sup>1</sup>) sowie der Likelihood-Anpassung (Fit) einschließlich Abszissen- (abs cor) und Ordinatenkorrektur (ord cor). Für diese Aufstellung wurde über die Zielkristalle des  $\phi$ -Rings  $\phi_0 = 2$  der  $\theta$ -Ringe  $\theta_0 = 12$ ,  $\theta_0 = 33$  und  $\theta_0 = 54$  gemittelt. Tabelle [B.9](#) gibt die Effektivität der Methoden an. Da die logarithmische Wichtung einen relevanten Anteil der Cluster übergeht, sind die Ergebnisse der übrigen Methoden bei der Rekonstruktion dieser Cluster in den Tabellen [B.10](#) bis [B.13](#) gesondert aufgeführt. Aufgrund der kleineren Datenmenge ist dabei auf die Anpassung einer Gaußkurve verzichtet worden.

### 5.2.2 Die Ergebnisse in Bildern

Die Abbildungen [C.1](#) bis [C.8](#) in Anhang [C](#) veranschaulichen die Energie- und Winkelabhängigkeit der Gütekriterien. Die Energieabhängigkeit ist für den zentral gelegenen  $\theta$ -Ring  $\theta_0 = 33$  und die Abhängigkeit vom  $\theta$ -Ring für die Energie  $E_0 = 500$  MeV dargestellt. Die Form der Abhängigkeit setzt sich in allen untersuchten Energie- und Winkeleinstellungen fort.

### 5.2.3 Die Ergebnisse in Worten

Die Aufstellung der Gütekriterien zeigt, daß alle untersuchten Methoden gewisse Vorteile bieten. Die lineare Wichtung liefert bei sehr niedrigen Energien die kleinste Fehler- und Gaußbreite. Die logarithmische Wichtung besitzt im übrigen Energiebereich die kleinste Breite. Sie bietet eine geringe Verzerrung bei niedrigen Energien und eine geringe Anomalie. Von Nachteil ist ihre begrenzte Effektivität bei niedrigen Energien. Die Likelihood-Anpassung liefert eine vergleichbare Breite und eine geringe Verzerrung bei hohen Energien. Sie besitzt den Vorteil, daß sie keine Korrekturen benötigt. Ihr Nachteil ist der höhere Rechenaufwand. Für die Korrektur der Schwerpunktmethoden ist die Abszissenkorrektur geeignet. Sie verringert stets die Fehler- und Gaußbreite und bei linearer Wichtung auch Verzerrung und Anomalie. Die Ordinatenkorrektur verringert die Breite nur bei linearer Wichtung und hohen Energien und ist der Abszissenkorrektur auch sonst unterlegen. Sowohl Fehler- als auch Gaußbreite nehmen mit wachsender Energie ab. Für korrigierte Schwerpunktmethoden und für die Anpassung verringert sich auch die Verzerrung. Für unkorrigierte Schwerpunktmethoden steigt sie dagegen. Die Breiten sind am Vorwärtssende kleiner als am Rückwärtssende und an den Enden kleiner als im Zentralbereich. Die Verzerrung verhält sich genau entgegengesetzt. Die Anomalie ist nahezu konstant.

---

<sup>1</sup>Center Of Gravity

Fehler- und Gaußbreite sind in der  $\theta$ -Rekonstruktion und Verzerrung und Anomalie in der  $\phi$ -Rekonstruktion geringer.

## 5.3 Diskussion der Ergebnisse

### 5.3.1 Fehlerbetrachtung

Die erprobten Anpassungsmethoden enthalten zahlreiche Näherungen. So vernachlässigt die eindimensionale Betrachtung die wechselseitigen Abhängigkeiten von  $\theta$  und  $\phi$  (4.1.4). Die Maximum-Likelihood-Anpassung beruht auf unkorrelierten Energieverteilungen bekannten Typs (3.3.2). Die Verteilungen in den Kristallen eines Clusters sind jedoch voneinander abhängig [22]. Auch der verwendete Verteilungstyp paßt nur bedingt (4.1.3). Zudem muß der Modalwert nicht der beste Schätzwert für den Parameter sein [17]. Sämtliche Parameterfunktionen beruhen auf linear verteilten Meßpunkten (4.1.1). Schließlich ist die Rekonstruktion auf den Kristall mit der maximalen Energie festgelegt (4.2.1). Fehler bei der Analyse der Verteilungen sind dagegen unwahrscheinlich, da die  $\chi^2$ -Anpassung auf Basis berechneter Parameter stets zu ähnlichen Ergebnissen führte (5.1.2). Für den Vergleich der verfügbaren Methoden wurden isolierte Cluster ohne weiteren Untergrund simuliert (5.1.1). Reale Ereignisse können zu anderen Ergebnissen führen. Ebenfalls unberücksichtigt blieben Wechselwirkungen der Photonen mit anderen Detektorkomponenten. Die Untersuchungen stellen nur den Zusammenhang zwischen dem Auftreffort auf den Detektor und dem daraus rekonstruierten Laborwinkel her (4.2.2). Die grundsätzlichen Erkenntnisse über Rekonstruktions- und Korrekturmethode bleiben von den Näherungen unberührt. Genauere Betrachtungen einzelner Größen können Gegenstand weiterer Arbeit sein.

### 5.3.2 Einordnung

Der Entwurf des *BABAR*-Kalorimeters sieht eine Ortsauflösung von  $\sigma(\theta) = 3,2 \dots 8,7$  mrad bei einer Energie von  $E_0 = 6000 \dots 200$  MeV vor (2.3.1). Die bauartbedingt gewährleistete Auflösung liegt je nach den Kristallmaßen bei  $\sigma(\theta) = 6,1 \dots 15,7$  mrad (3.2.1). Arbeiten zur Optimierung von Schwerpunktmethode geben eine über den gesamten Energiebereich gemittelte minimale Auflösung von  $\sigma(\theta) = 3,8$  mrad an [21]. Damit ist die Gaußbreite der unkorrigierten logarithmischen Wichtung gemeint. Sie wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf  $\sigma(\theta_g) = 2,3 \dots 8,0$  mrad bei einer Energie von  $E_0 = 6000 \dots 200$  MeV festgelegt (5.2.1). Unter Beachtung der nichtlinearen Energieabhängigkeit sind diese Werte verträglich. Die Likelihood-Anpassung reiht sich mit einer Auflösung von  $\sigma(\theta_g) = 2,1 \dots 8,4$  mrad im gleichen Energiebereich ein.



### 5.3.3 Schlußfolgerung

Für die Ortsrekonstruktion im *BABAR*-Kalorimeter ist bei sehr niedrigen Energien die lineare Wichtung zu wählen. Bei höheren Energien ist die logarithmische Wichtung anzuwenden. Mit dem zusätzlichen Aufwand einer Abszissenkorrektur oder einer Likelihood-Anpassung läßt sich das Ergebnis noch verbessern. Aufgrund des wesentlich geringeren Rechenaufwandes ist das Korrekturverfahren dabei vorzuziehen.



# Kapitel 6

## Zusammenfassung

Es wurden Algorithmen zur Maximum-Likelihood-Anpassung und zur  $\chi^2$ -Anpassung von Energieverteilungen entwickelt. Die rechnerisch einfachere  $\chi^2$ -Anpassung diente als Referenz für die analytisch genauere Likelihood-Anpassung. Beide Methoden erreichten eine bessere Ortsauflösung als die linear gewichtete Schwerpunktmethode. Mit der Hinzunahme einer von anderer Stelle optimierten logarithmischen Wichtung reduzierte sich die Verbesserung jedoch erheblich.

Um einen genauen Vergleich der Methoden vornehmen zu können, wurden Verfahren zur Korrektur systematischer Fehler entwickelt und angewendet. Dabei zeigte sich, daß der Erfolg der Korrektur maßgeblich von der gewählten Darstellung der Daten abhängt. Die beste Korrekturfunktion wird an ein Profil der simulierten Daten in Abhängigkeit von den rekonstruierten Daten angepaßt. Mit dieser Korrektur schließt die logarithmische Wichtung zur Likelihood-Anpassung auf. Die Anpassung bietet den Vorteil einer guten Auflösung ohne Anwendung einer Korrektur, besitzt jedoch den wesentlichen Nachteil eines von vornherein höheren Rechenaufwandes. Zur weiteren Einordnung wurde die Leistung der Methoden anhand von Gütekriterien außerhalb der Ortsauflösung getestet. Auch dabei setzten sich logarithmische Wichtung und Likelihood-Anpassung durch. Bei der Untersuchung der Energieabhängigkeit offenbarte sich, daß die logarithmische Wichtung im Bereich sehr niedriger Energien nur bedingt einsetzbar ist. Gerade in diesem Bereich wird aber die beste Auflösung mit der linearen Wichtung erreicht.

Für die Anwendung im *BABAR*-Experiment ist das Korrekturverfahren für Schwerpunktmethode dem Anpassungsalgorithmus aufgrund des geringeren Rechenaufwandes vorzuziehen. Die theoretisch erreichbaren Auflösungen unterbieten die Maßgabe des technischen Entwurfs. Die praktischen Möglichkeiten werden jedoch von der Energieauflösung dominiert. Vergleiche des  $\pi^0$ -Peaks der ersten Messungen mit dem Erwartungswert aus Monte-Carlo-Simulationen zeigen, daß die angestrebte Energieauflösung derzeit nicht erreicht wird. Es ist daher weitere Arbeit vor allem im Bereich der Energiekalibration zu leisten, um den hohen Anforderungen des Experiments gerecht zu werden.



Anhang A

# Histogramme der Rekonstruktionsmethoden

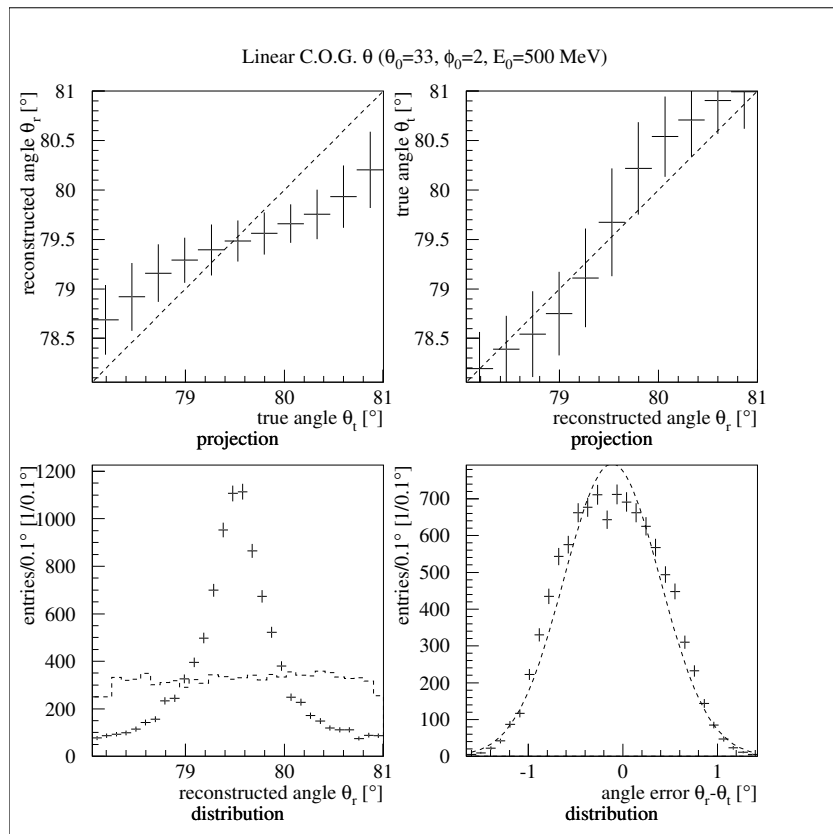
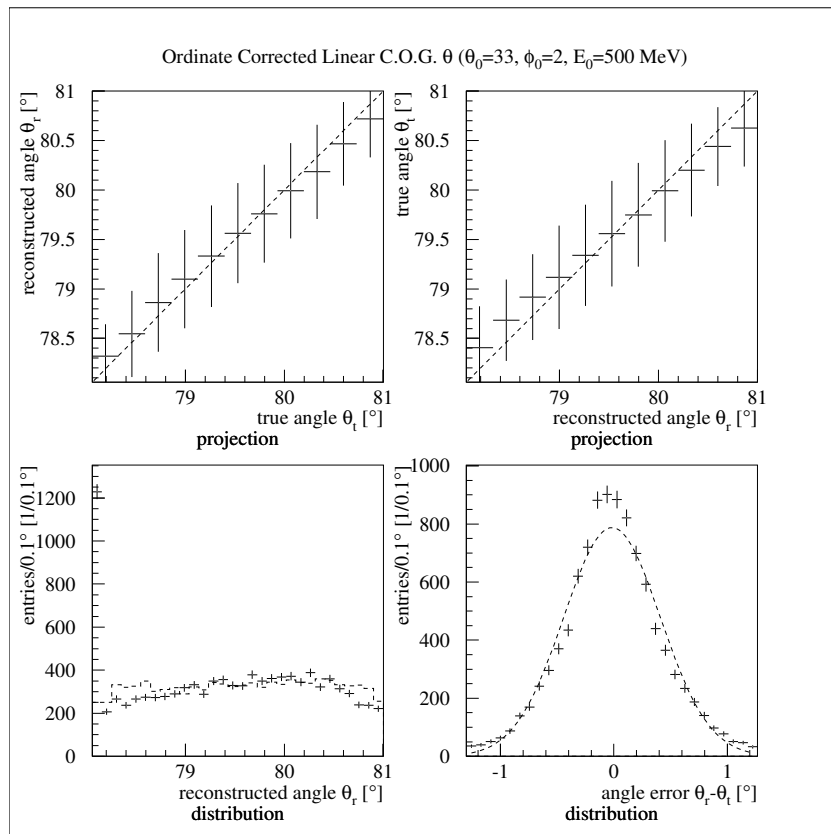
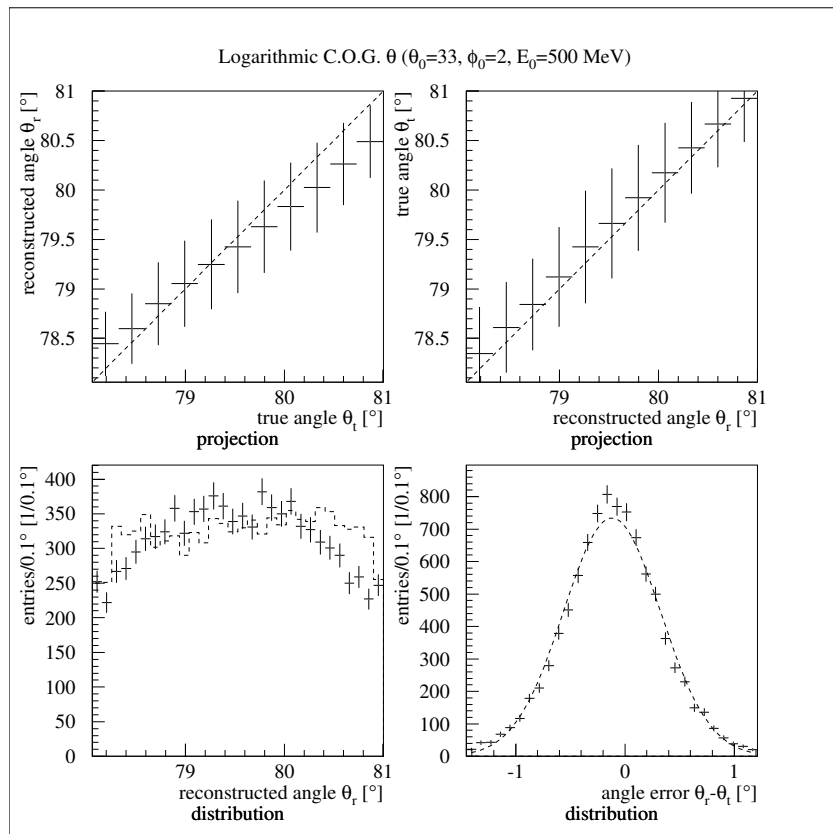


Abbildung A.1: Die unkorrigierte lineare Wichtung für  $\theta$ .

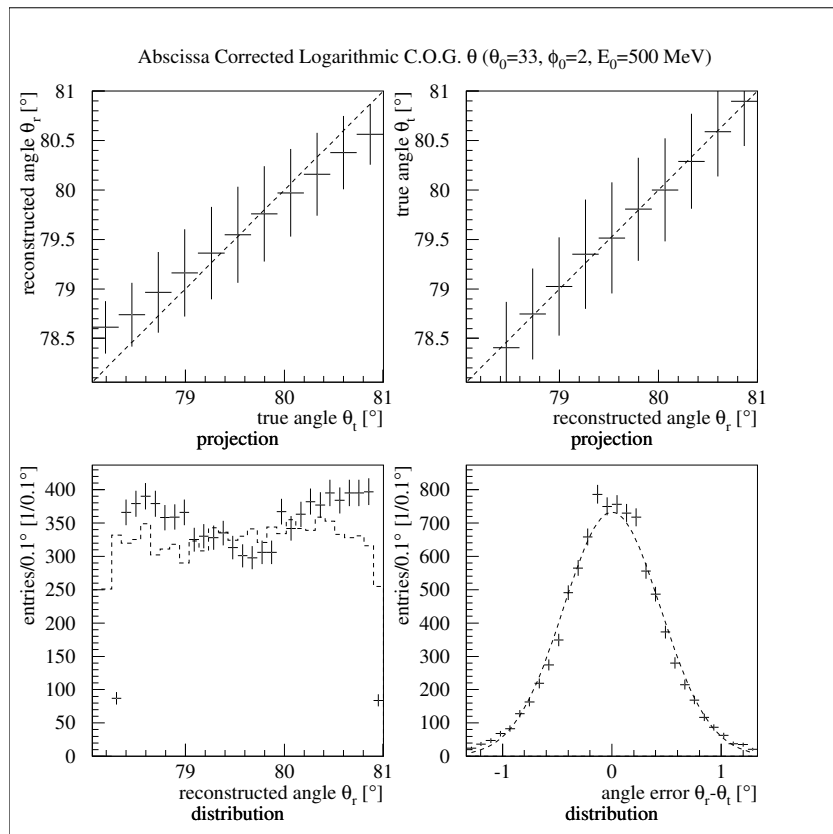


**Abbildung A.2:** Die ordinatenkorrigierte lineare Wichtung für  $\theta$ .



**Abbildung A.3:** Die unkorrigierte logarithmische Wichtung für  $\theta$ .





**Abbildung A.4:** Die abszissenkorrigierte logarithmische Wichtung für  $\theta$ .

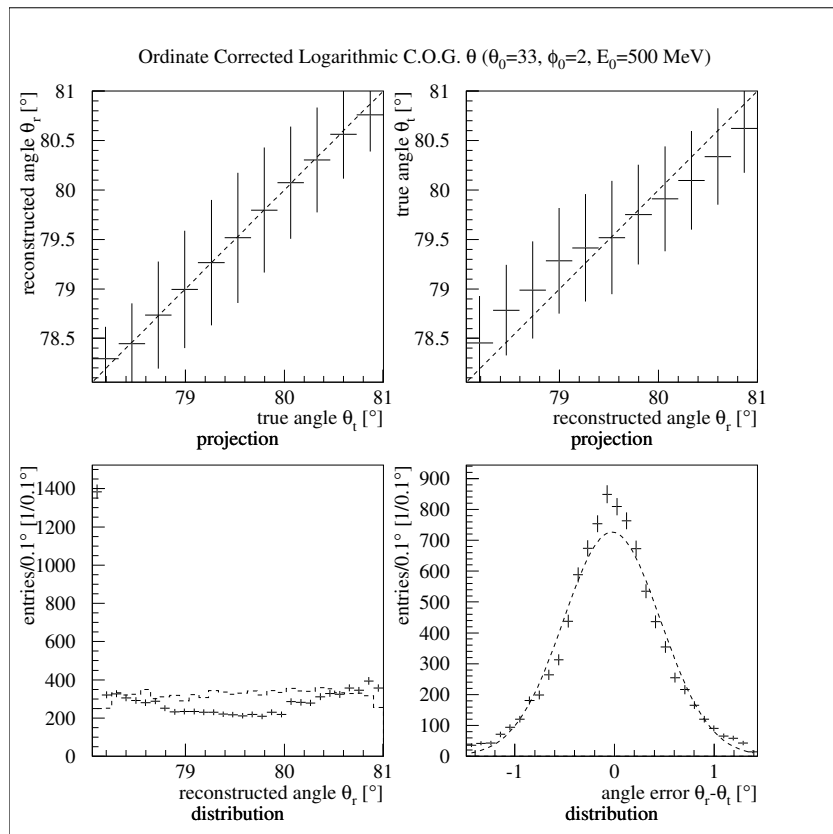


Abbildung A.5: Die ordinatenkorrigierte logarithmische Wichtung für  $\theta$ .

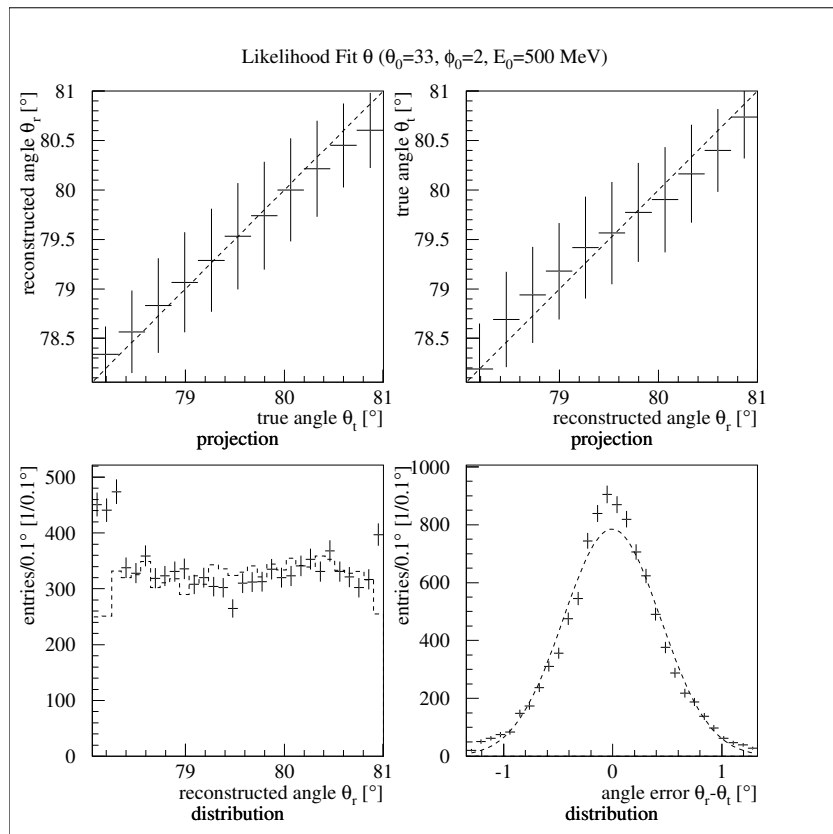


Abbildung A.6: Die unkorrigierte Likelihood-Anpassung für  $\theta$ .

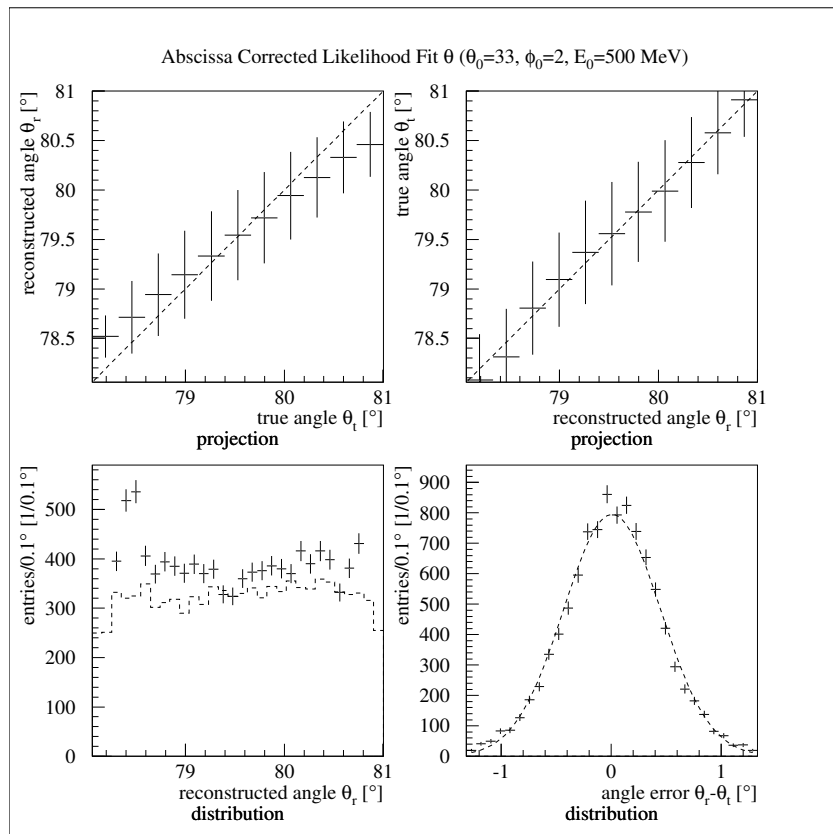
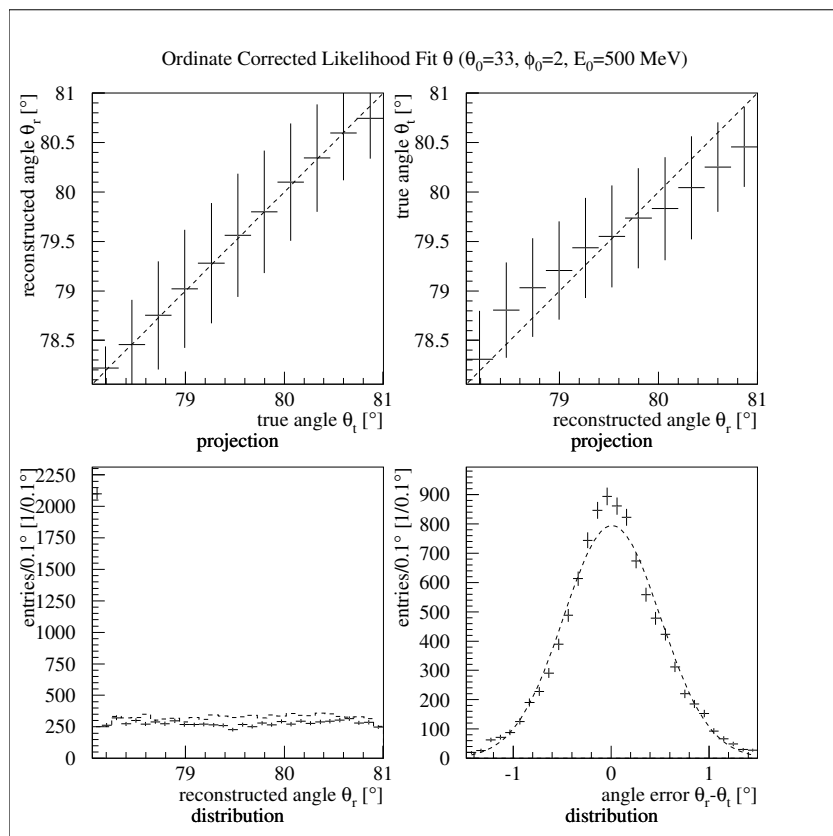


Abbildung A.7: Die abszissenkorrigierte Likelihood-Anpassung für  $\theta$ .



**Abbildung A.8:** Die ordinatenkorrigierte Likelihood-Anpassung für  $\theta$ .



Anhang B

Tabellen der Gütekriterien

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Error Width $\sigma(\theta_e)$ [mrad]				
lin cog	7.85±0.03	6.94±0.03	5.9 ±0.02	5.85±0.02	6.63±0.01
abs cor lin cog	7.57±0.03	6.06±0.03	3.45±0.01	3.01±0.01	5.02±0.01
ord cor lin cog	8.43±0.04	6.43±0.03	3.49±0.01	3.01±0.01	5.34±0.01
log cog	8.6 ±0.04	6.43±0.03	3.39±0.01	2.84±0.01	5.32±0.01
abs cor log cog	8.59±0.04	6.44±0.03	3.35±0.01	2.73±0.01	5.28±0.01
ord cor log cog	9.89±0.04	7.14±0.03	3.49±0.01	2.84±0.01	5.84±0.01
fit	8.94±0.04	6.66±0.03	3.4 ±0.01	2.83±0.01	5.46±0.01
abs cor fit	8.57±0.04	6.46±0.03	3.37±0.01	2.82±0.01	5.3 ±0.01
ord cor fit	10.32±0.04	7.31±0.03	3.5 ±0.01	2.9 ±0.01	6.01±0.01

Tabelle B.1: Die Fehlerbreite in  $\theta$ .

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Gaussian Width $\sigma(\theta_g)$ [mrad]				
lin cog	7.62±0.04	6.66±0.03	5.3 ±0.04	5.16±0.09	6.18±0.03
abs cor lin cog	7.31±0.04	5.58±0.03	2.81±0.02	2.22±0.02	4.48±0.01
ord cor lin cog	7.84±0.04	5.72±0.04	2.8 ±0.02	2.17±0.01	4.63±0.02
log cog	8.04±0.05	5.85±0.03	2.83±0.02	2.26±0.02	4.74±0.02
abs cor log cog	8.04±0.05	5.85±0.03	2.67±0.02	2.01±0.01	4.64±0.02
ord cor log cog	9.32±0.06	6.47±0.04	2.82±0.02	2.14±0.02	5.19±0.02
fit	8.43±0.05	5.95±0.04	2.74±0.02	2.07±0.02	4.8 ±0.02
abs cor fit	8.21±0.05	5.9 ±0.03	2.75±0.03	2.07±0.02	4.73±0.02
ord cor fit	10.02±0.06	6.7 ±0.04	2.89±0.02	2.16±0.02	5.44±0.02

Tabelle B.2: Die Gaußbreite in  $\theta$ .

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Distortion $\chi^2(\theta_r, \theta_t)$ [30]				
lin cog	228 ± 7	326 ±10	490 ±17	594 ±24	410 ±8
abs cor lin cog	118 ±11	45 ± 3	16 ± 1	18 ± 1	49 ±3
ord cor lin cog	59 ± 1	38 ± 1	23 ± 1	22 ± 1	35 ±1
log cog	5 ± 1	8 ± 1	19 ± 2	29 ± 2	15 ±1
abs cor log cog	22 ± 3	63 ±13	9 ± 1	8 ± 1	25 ±3
ord cor log cog	143 ± 3	64 ± 2	17 ± 1	16 ± 1	60 ±1
fit	40 ± 2	15 ± 1	7 ± 1	6 ± 1	17 ±1
abs cor fit	68 ± 5	22 ± 2	75 ±11	17 ± 2	45 ±3
ord cor fit	193 ± 4	76 ± 2	17 ± 1	14 ± 1	75 ±1

Tabelle B.3: Die Verzerrung in  $\theta$ .



Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Anomaly $\chi^2(\theta_e, \theta_g)$ [27]				
lin cog	5.6±0.6	11.9±0.9	62.2±2.7	88.6±3.3	42.1±1.1
abs cor lin cog	1.1±0.2	2.9±0.3	4.9±0.4	6.2±0.5	3.8±0.2
ord cor lin cog	6.6±0.5	7.8±0.6	6.2±0.5	6.1±0.5	6.7±0.3
log cog	2.7±0.3	3.3±0.4	3.1±0.4	3.8±0.4	3.2±0.2
abs cor log cog	1.8±0.3	3.2±0.4	4.6±0.4	4.7±0.4	3.6±0.2
ord cor log cog	5.5±0.5	6.3±0.5	5.9±0.5	6.1±0.5	6 ±0.3
fit	6.2±0.5	7 ±0.5	5.8±0.5	6.1±0.5	6.3±0.3
abs cor fit	2.1±0.3	2.8±0.3	5.8±0.5	6 ±0.5	4.2±0.2
ord cor fit	4.6±0.5	5.4±0.5	4.7±0.4	5.2±0.5	5 ±0.2

Tabelle B.4: Die Anomalie in  $\theta$ .

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Error Width $\sigma(\phi_e)$ [mrad]				
lin cog	10.87±0.04	9.33±0.04	7.8 ±0.03	7.56±0.03	8.89±0.02
abs cor lin cog	10.58±0.04	8.38±0.03	4.63±0.02	3.67±0.01	6.82±0.02
ord cor lin cog	11.72±0.05	8.86±0.04	4.66±0.02	3.67±0.01	7.23±0.02
log cog	12.45±0.05	9.08±0.04	4.62±0.02	3.63±0.01	7.45±0.02
abs cor log cog	12.46±0.05	9.13±0.04	4.75±0.02	3.78±0.02	7.53±0.02
ord cor log cog	14.1 ±0.06	10.12±0.04	5 ±0.02	3.96±0.02	8.3 ±0.02
fit	12.18±0.05	9.01±0.04	4.52±0.02	3.54±0.01	7.32±0.02
abs cor fit	11.48±0.05	8.74±0.04	4.49±0.02	3.54±0.01	7.06±0.02
ord cor fit	14.16±0.06	9.85±0.04	4.62±0.02	3.58±0.01	8.05±0.02

Tabelle B.5: Die Fehlerbreite in  $\phi$ .

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Gaussian Width $\sigma(\phi_g)$ [mrad]				
lin cog	10.45±0.04	8.94±0.04	6.85±0.03	6.4 ±0.03	8.16±0.02
abs cor lin cog	10.14±0.05	7.76±0.04	3.67±0.02	2.75±0.02	6.08±0.02
ord cor lin cog	10.87±0.06	7.93±0.04	3.63±0.02	2.7 ±0.02	6.28±0.02
log cog	11.56±0.07	8.19±0.05	3.66±0.02	2.78±0.02	6.55±0.02
abs cor log cog	11.6 ±0.06	8.24±0.05	3.74±0.02	2.88±0.02	6.62±0.02
ord cor log cog	13.53±0.08	9.21±0.06	4.01±0.02	3.09±0.02	7.46±0.03
fit	11.28±0.07	8.05±0.05	3.55±0.02	2.69±0.01	6.39±0.02
abs cor fit	10.91±0.05	7.95±0.04	3.54±0.02	2.68±0.02	6.27±0.02
ord cor fit	13.61±0.07	9.01±0.05	3.65±0.02	2.72±0.01	7.25±0.02

Tabelle B.6: Die Gaußbreite in  $\phi$ .

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Distortion $\chi^2(\phi_r, \phi_t)$ [30]				
lin cog	158 ± 5	221 ± 7	366 ± 12	434 ± 16	295 ± 5
abs cor lin cog	67 ± 5	28 ± 2	10 ± 1	11 ± 1	29 ± 1
ord cor lin cog	66 ± 1	41 ± 1	17 ± 1	15 ± 1	35 ± 1
log cog	8 ± 1	6 ± 1	6 ± 1	9 ± 1	7 ± 0
abs cor log cog	66 ± 7	100 ± 27	39 ± 7	113 ± 26	79 ± 10
ord cor log cog	160 ± 4	74 ± 2	20 ± 1	24 ± 2	69 ± 1
fit	36 ± 2	21 ± 1	9 ± 1	9 ± 1	19 ± 1
abs cor fit	62 ± 7	13 ± 1	5 ± 1	8 ± 1	22 ± 2
ord cor fit	167 ± 3	77 ± 2	20 ± 1	18 ± 1	70 ± 1

Tabelle B.7: Die Verzerrung in  $\phi$ .

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Anomaly $\chi^2(\phi_e, \phi_g)$ [27]				
lin cog	4.4±0.5	8 ±0.7	62.4±2.5	91.8±2.7	41.7±0.9
abs cor lin cog	0.9±0.2	2.1±0.3	4.1±0.4	4.5±0.4	2.9±0.2
ord cor lin cog	5.8±0.5	6.1±0.5	5.9±0.5	5.2±0.5	5.8±0.2
log cog	3.1±0.4	4.3±0.4	3.6±0.4	2.7±0.4	3.4±0.2
abs cor log cog	2.2±0.3	3.8±0.4	4.7±0.4	4.9±0.5	3.9±0.2
ord cor log cog	4.3±0.4	5.4±0.5	8.6±0.6	9.4±0.6	6.9±0.3
fit	6.5±0.5	5.4±0.5	4.5±0.4	2.6±0.3	4.7±0.2
abs cor fit	1.8±0.3	2.1±0.3	3.6±0.4	3 ±0.4	2.6±0.2
ord cor fit	4.2±0.4	4.4±0.4	4.2±0.4	2.4±0.3	3.8±0.2

Tabelle B.8: Die Anomalie in  $\phi$ .

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Efficiency $N_r/N_t$				
lin cog	1 ±0.01	1 ±0.01	1 ±0.01	1 ±0.01	1 ±0
log cog	0.87±0.01	0.93±0.01	0.98±0.01	0.98±0.01	0.94±0
fit	1 ±0.01	1 ±0.01	1 ±0.01	1 ±0.01	1 ±0

Tabelle B.9: Die Effektivität.

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Error Width $\sigma(\theta_e)$ [ <i>mrad</i> ]				
lin cog	7.44±0.09	6.19±0.1	5 ±0.14	4.82±0.16	5.86±0.06
abs cor lin cog	7.27±0.09	5.72±0.09	5 ±0.14	5.59±0.19	5.9 ±0.07
ord cor lin cog	8.34±0.1	6.97±0.11	5.3 ±0.15	5.18±0.18	6.45±0.07
fit	7.8 ±0.09	6.11±0.1	4.15±0.12	4.86±0.17	5.73±0.06
abs cor fit	7.57±0.09	5.95±0.09	4.15±0.12	4.85±0.17	5.63±0.06
ord cor fit	9.78±0.12	7.06±0.11	4.26±0.12	4.9 ±0.17	6.5 ±0.07

**Tabelle B.10:** Die Fehlerbreite logarithmisch übergangener Cluster in  $\theta$ .

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Distortion $\chi^2(\theta_r, \theta_t)$ [30]				
lin cog	242 ±21	162 ±22	81 ± 21	41 ±14	131 ±10
abs cor lin cog	141 ±10	49 ± 7	178 ±133	16 ± 4	96 ±33
ord cor lin cog	21 ± 3	7 ± 1	8 ± 1	15 ± 4	13 ± 1
fit	21 ± 3	8 ± 2	4 ± 2	6 ± 2	10 ± 1
abs cor fit	25 ± 3	21 ± 5	3 ± 1	4 ± 3	13 ± 2
ord cor fit	39 ± 3	11 ± 2	3 ± 1	5 ± 2	15 ± 1

**Tabelle B.11:** Die Verzerrung logarithmisch übergangener Cluster in  $\theta$ .

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Error Width $\sigma(\phi_e)$ [ <i>mrad</i> ]				
lin cog	10.31±0.12	8.8 ±0.14	7.3 ±0.2	7.51±0.27	8.48±0.1
abs cor lin cog	9.9 ±0.11	8.15±0.13	5.13±0.15	4.19±0.15	6.84±0.07
ord cor lin cog	10.98±0.13	9.19±0.14	5.38±0.16	3.88±0.14	7.36±0.07
fit	10.5 ±0.12	8.42±0.13	4.72±0.14	5.86±0.25	7.37±0.08
abs cor fit	10.2 ±0.12	8.19±0.13	4.7 ±0.14	5.85±0.25	7.24±0.08
ord cor fit	12.67±0.15	9.53±0.15	5.15±0.17	5.86±0.25	8.3 ±0.09

**Tabelle B.12:** Die Fehlerbreite logarithmisch übergangener Cluster in  $\phi$ .

Energy/MeV	200	500	3000	6000	mean
Method	Distortion $\chi^2(\phi_r, \phi_t)$ [30]				
lin cog	132 ±10	66 ±7	21 ±7	13 ±5	58 ±4
abs cor lin cog	63 ± 5	21 ±3	1 ±1	2 ±1	22 ±1
ord cor lin cog	23 ± 3	3 ±1	4 ±2	1 ±1	8 ±1
fit	17 ± 2	6 ±1	2 ±1	1 ±1	7 ±1
abs cor fit	69 ±28	14 ±4	2 ±1	3 ±1	22 ±7
ord cor fit	45 ± 3	12 ±2	5 ±2	3 ±1	16 ±1

**Tabelle B.13:** Die Verzerrung logarithmisch übergangener Cluster in  $\phi$ .



Anhang C

## Diagramme der Gütekriterien

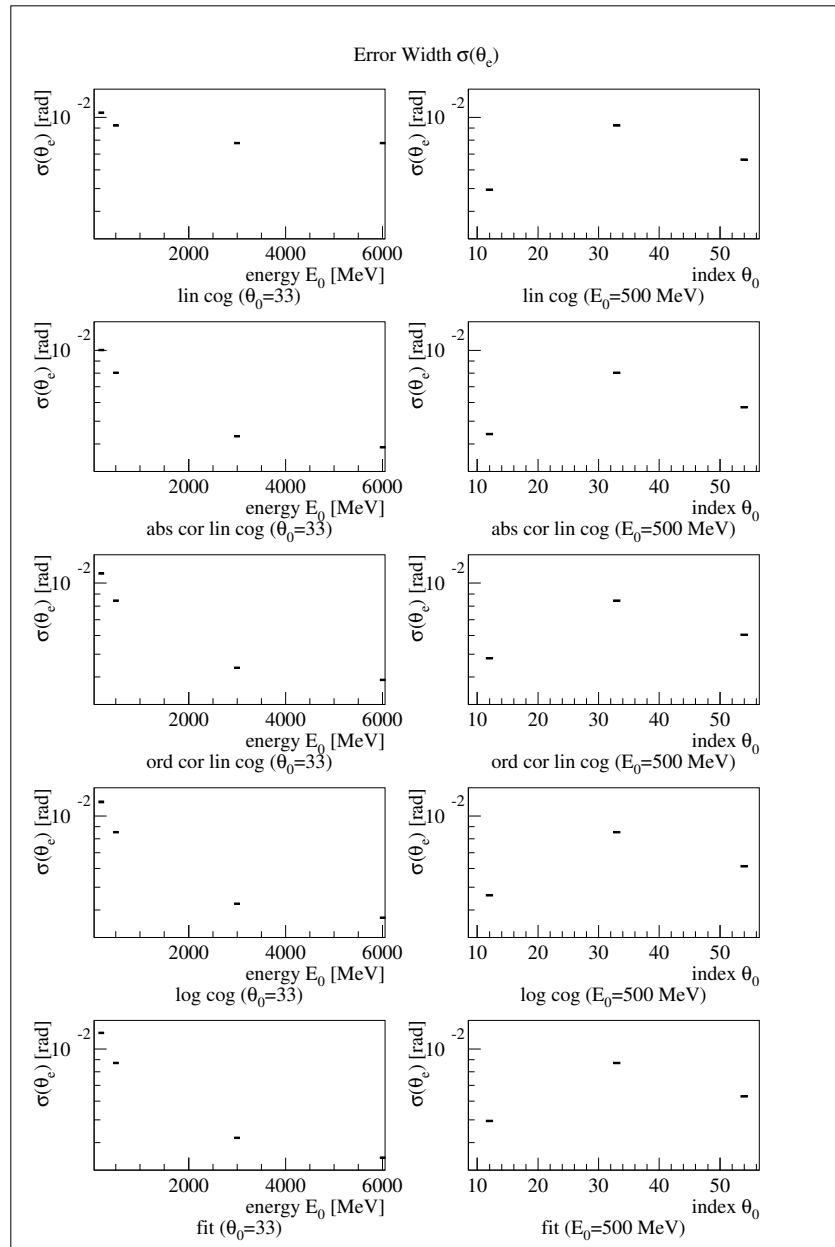


Abbildung C.1: Die Energie- und Winkelabhängigkeit der Fehlerbreite in  $\theta$ .

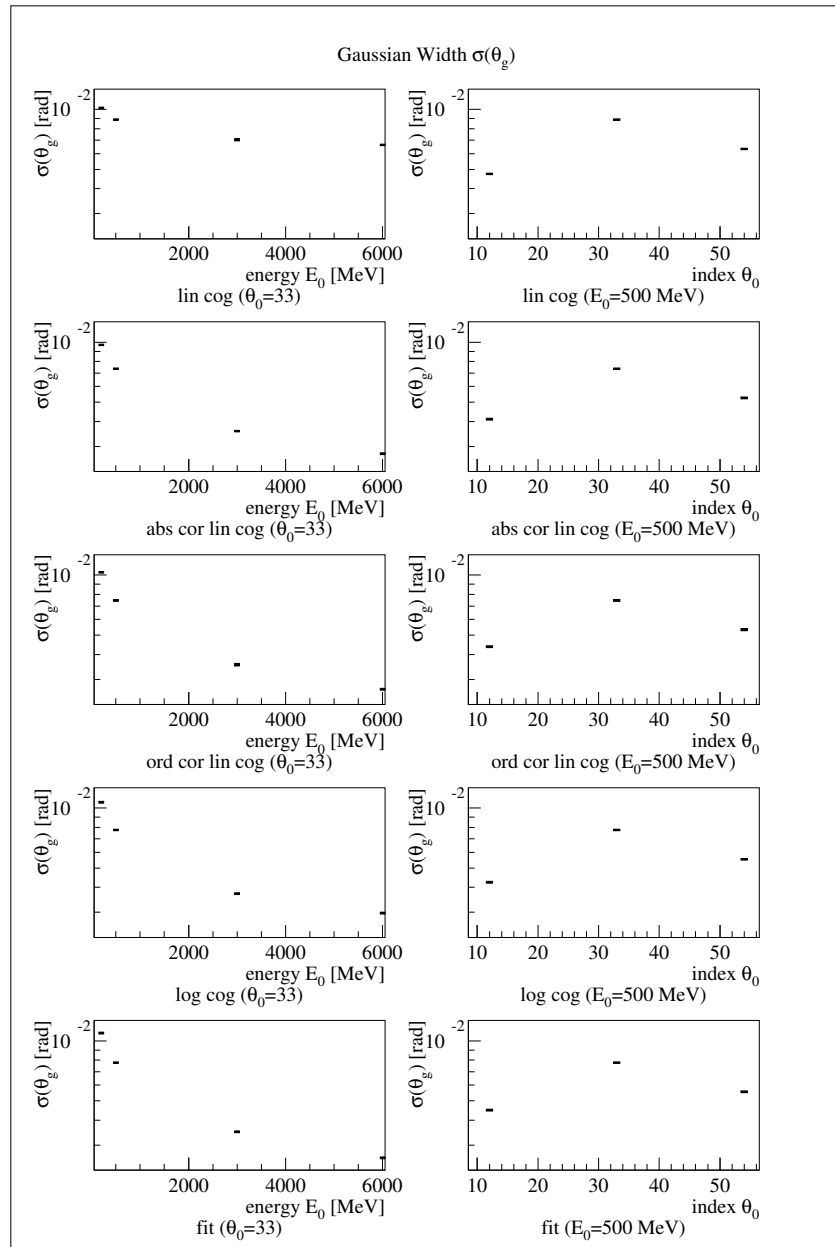
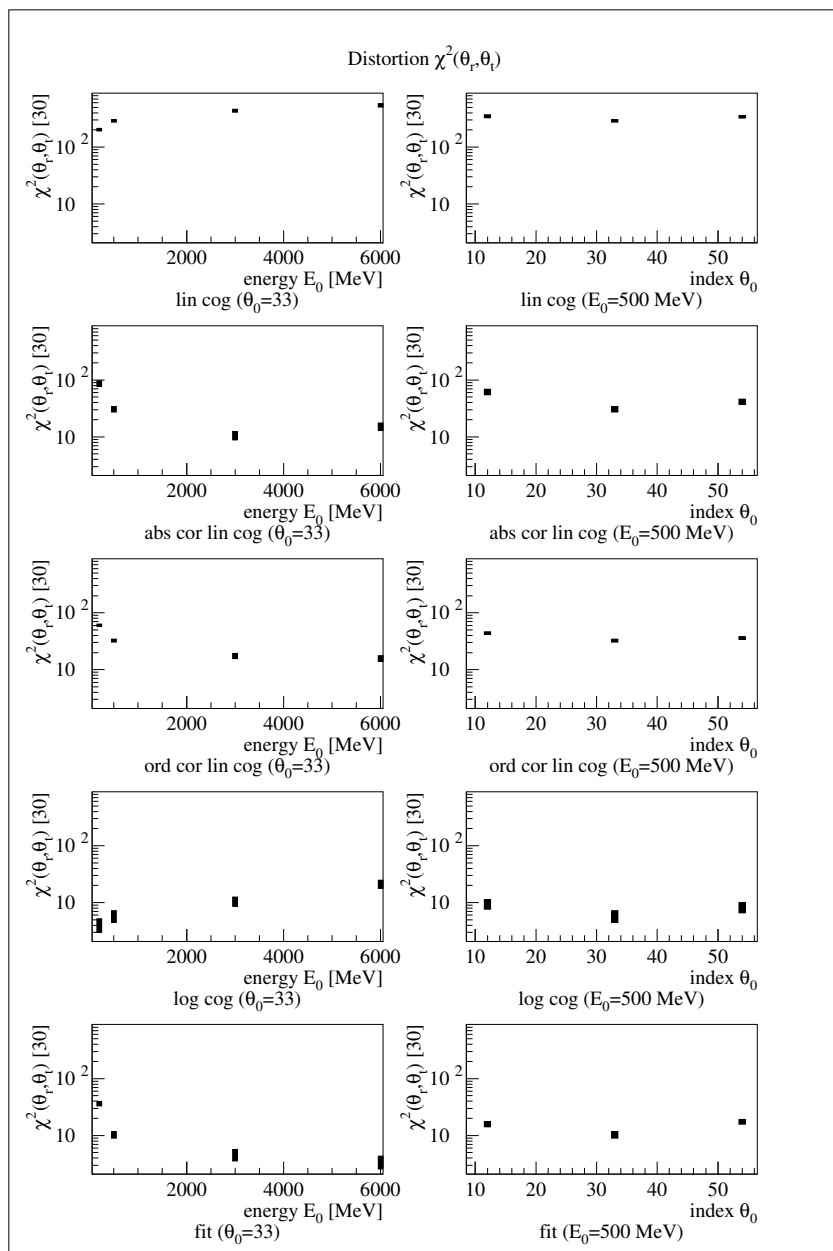


Abbildung C.2: Die Energie- und Winkelabhängigkeit der Gaußbreite in  $\theta$ .

Abbildung C.3: Die Energie- und Winkelabhängigkeit der Verzerrung in  $\theta$ .



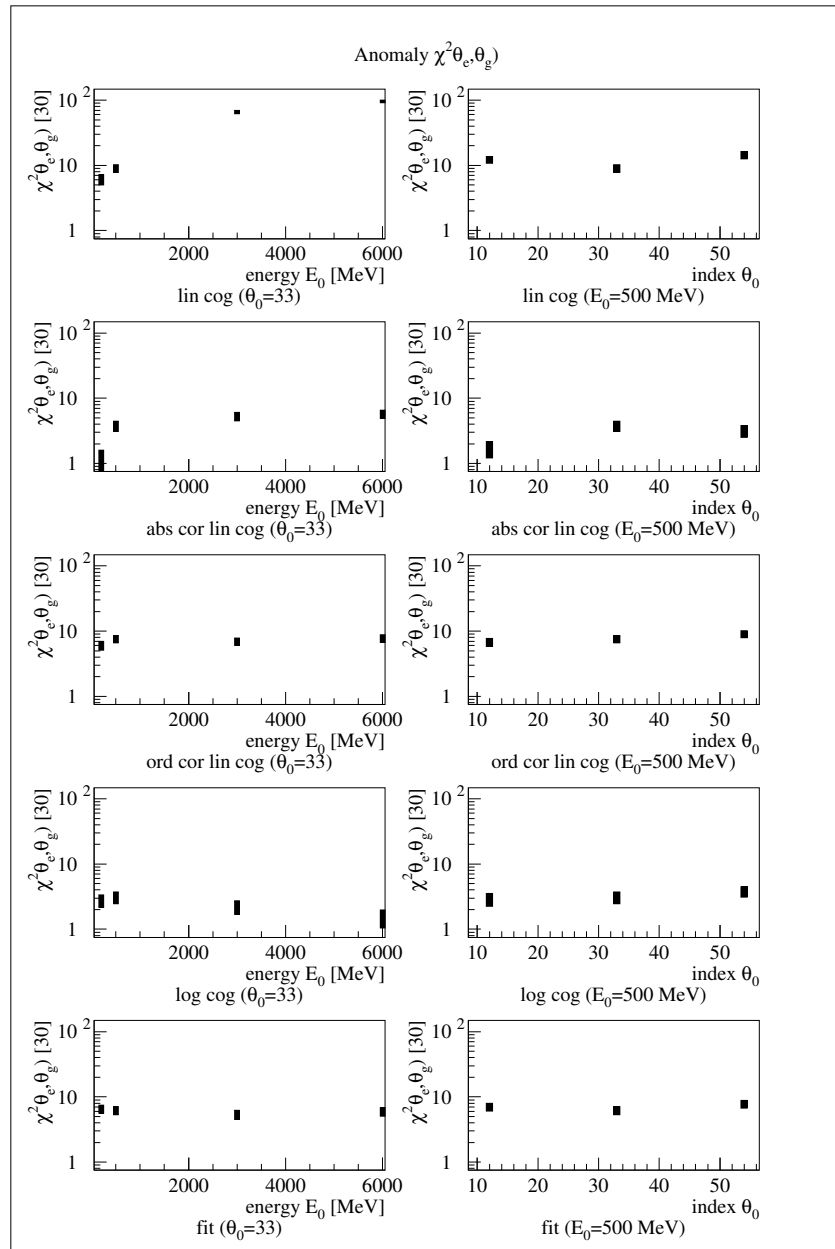


Abbildung C.4: Die Energie- und Winkelabhängigkeit der Anomalie in  $\theta$ .

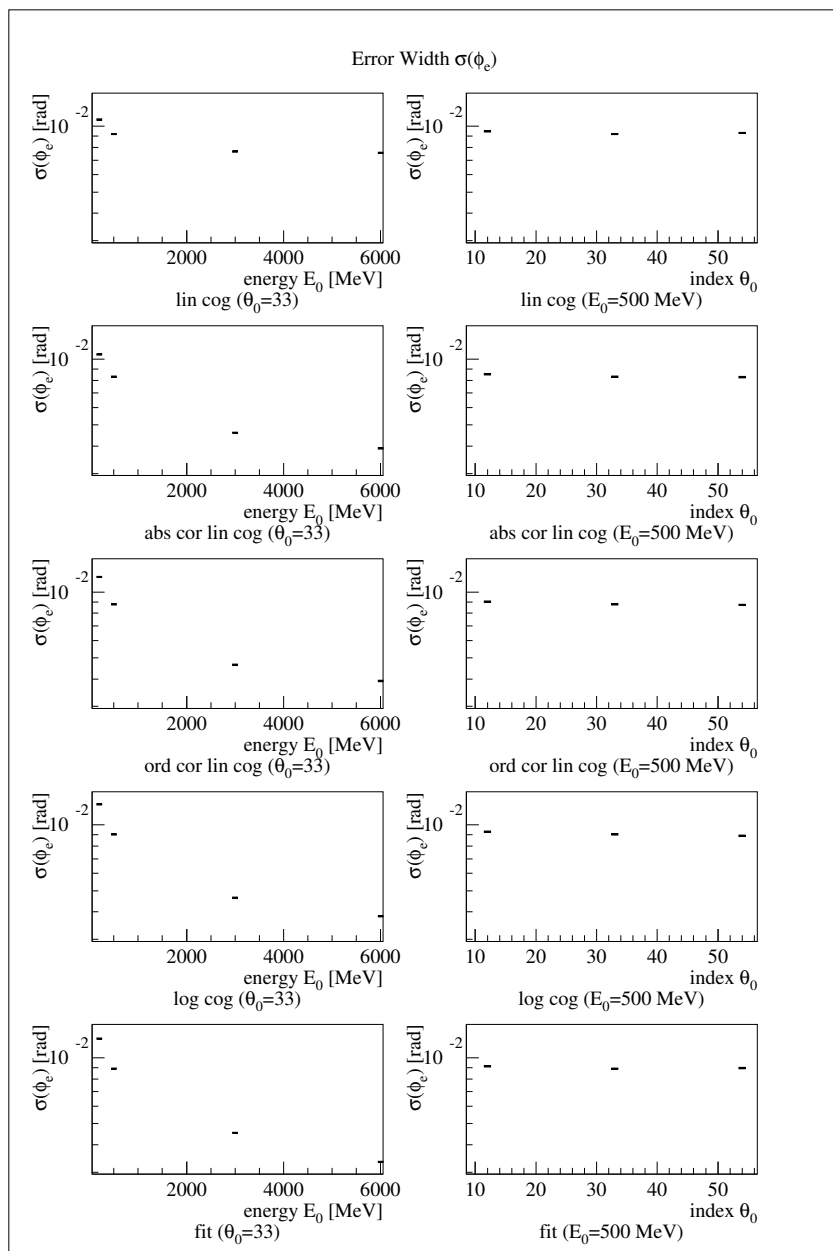


Abbildung C.5: Die Energie- und Winkelabhängigkeit der Fehlerbreite in  $\phi$ .

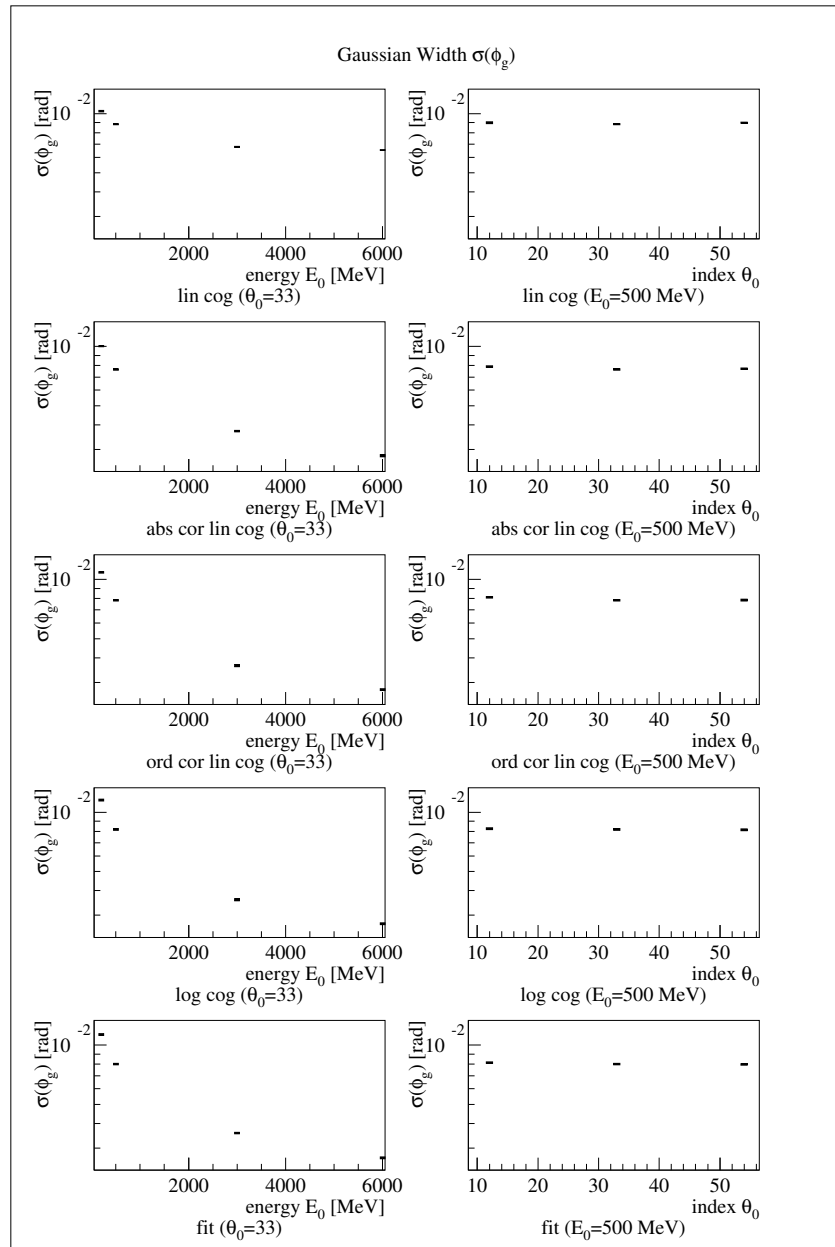
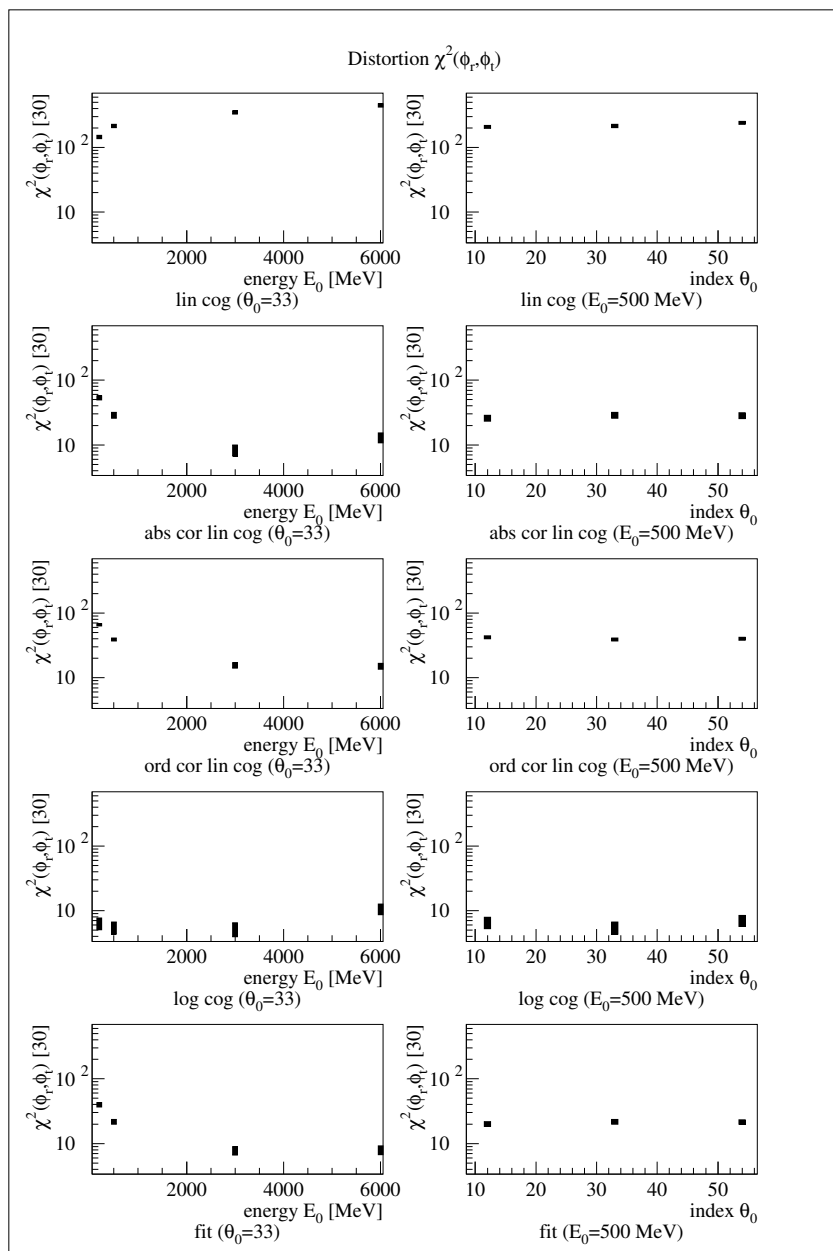


Abbildung C.6: Die Energie- und Winkelabhängigkeit der Gaußbreite in  $\phi$ .

Abbildung C.7: Die Energie- und Winkelabhängigkeit der Verzerrung in  $\phi$ .

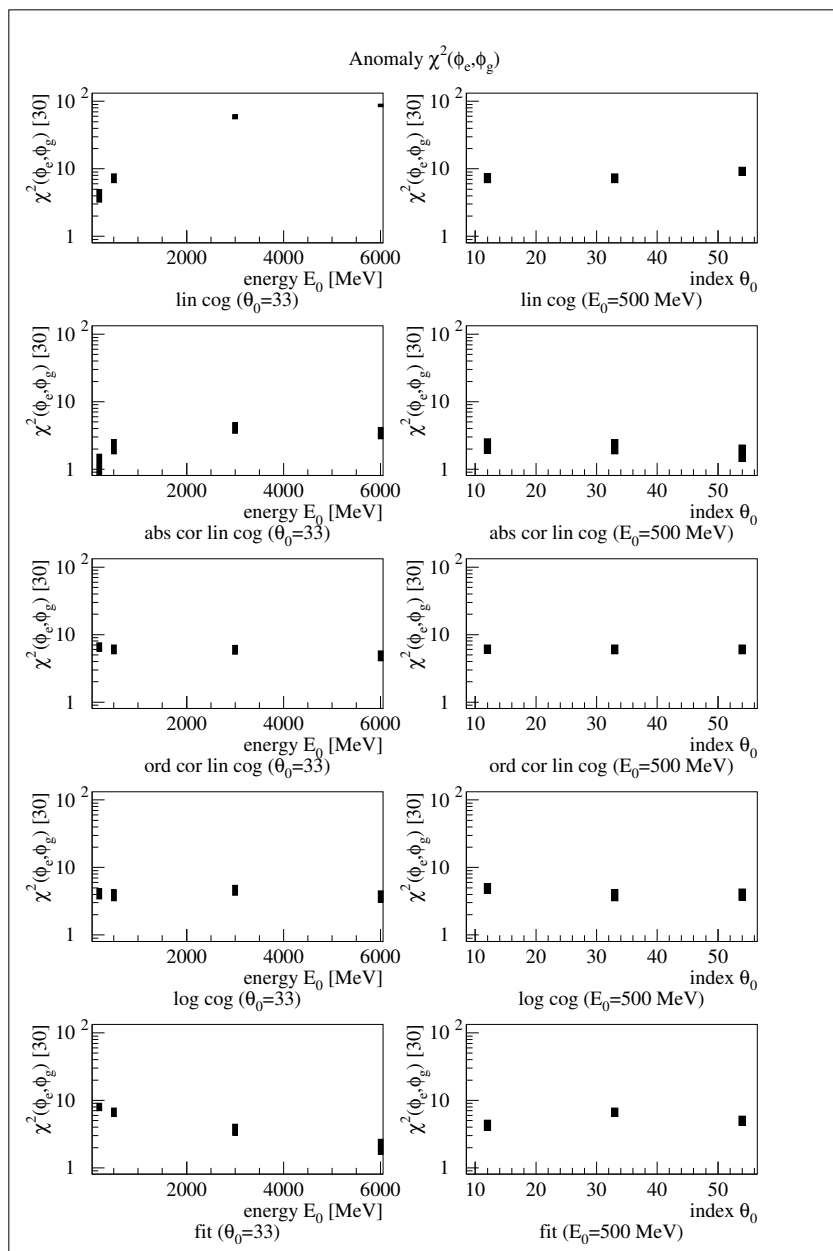


Abbildung C.8: Die Energie- und Winkelabhängigkeit der Anomalie in  $\phi$ .



# Quellenverzeichnis

- [1] Particle Data Group: *Particle Physics Booklet*, Springer (Juli 1998)
- [2] R. Waldi: *Lectures on Flavour Oscillation and CP Violation Within the Standard Model*, TUD-IKTP/99-03 (September 1999)
- [3] P. F. Harrison, H. R. Quinn: *The BABAR Physics Book*, SLAC-R-504 (Oktober 1998)
- [4] The BABAR Collaboration: *Technical Design Report*, SLAC-R-95-457 (März 1995)
- [5] B. Jacobsen: *Structure of the BABAR Reconstruction Software*, BABAR-Reconstruction-Note-1 (März 1996)
- [6] S. J. Gowdy: *BABAR EMC Reconstruction Code*, BABAR-Note-475 (Dezember 1998)
- [7] C. J. Burden, B. A. Robson: *Nuclear and Particle Physics*, World Scientific (August 1990)
- [8] D. Griffith: *Einführung in die Elementarteilchenphysik*, Akademie Verlag (1996)
- [9] K. Kleinknecht: *Detektoren für Teilchenstrahlung*, B. G. Teubner (1992)
- [10] G. Dahlinger: *Aufbau und Test eines Kalorimeter-Prototyps aus CsI(Tl) zur Energie- und Ortsmessung hochenergetischer Photonen*, TUD-IKTP/98-02 (Februar 1998)
- [11] R. Storm: *Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und statistische Qualitätskontrolle*, Fachbuchverlag Leipzig/Köln (1995)
- [12] CERN Application Software Group: *GEANT - Detector Description and Simulation Tool*, CERN Program Library W5013 (1993)
- [13] CERN Application Software Group: *PAW - Physics Analysis Workstation*, CERN Program Library Q121 (1995)
- [14] B. Brabson et al., Nucl. Instr. Meth. **A332** (1993) 419

- [15] M. Fisz: *Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik*, Deutscher Verlag der Wissenschaften (1989)
- [16] A. V. Bozhenok et al., Nucl. Instr. Meth. **A379** (1996) 507-508
- [17] L. Sachs: *Angewandte Statistik*, Springer-Verlag (1992)
- [18] B. Stroustrup: *Die C++-Programmiersprache*, Addison-Wesley (1998)
- [19] E. Maly: *Rekonstruktion neutraler Pi-Mesonen mit dem BABAR-Kalorimeter*, TUD-IKTP/99-06 (Dezember 1999)
- [20] R. J. Barlow: *Statistics*, John Wiley & Sons (1996)
- [21] V. Koptchev, S. Willocq, G. Blaylock: *Angular Resolution in the EMC*, Vortrag (Oktober 1999)
- [22] S. Menke: *Messung der starken Kopplungskonstanten  $\alpha_s$  und der hadronischen Spektralfunktionen in  $\tau$ -Zerfällen*, BONN-IR-98-13 (Oktober 1998)



# Danksagung

Abschließend möchte ich all denen danken, die zum Entstehen dieser Arbeit beigetragen haben.

Herrn Prof. Bernhard Spaan danke ich für das verantwortungsvolle Thema und für die zahlreichen didaktischen Hinweise.

Herrn Dr. Roland Waldi danke ich dafür, daß er die Arbeit fachlich betreut und stetig mit Ideen versorgt hat.

Ich danke der gesamten Dresdner *BABAR*-Gruppe für ihre Hilfsbereitschaft, besonders Dr. Rainer Schwierz für die individuelle Benutzerbetreuung, Martin Dickopp für seine Einsatzbereitschaft bei der Lösung rechentechnischer Probleme und Enrico Maly für die kommunikative Arbeitsatmosphäre.

Bei meinen Eltern möchte ich mich für die umfangreiche materielle und moralische Unterstützung bedanken.

Mein Dank gilt außerdem dem Collegium Technicum e.V. Görlitz für die immerwährende wissenschaftliche Inspiration.



## **Erklärung**

Hiermit versichere ich, daß ich diese Arbeit selbständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig angegeben und von fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenes Material entsprechend kenntlich gemacht habe.

Dresden, den 14. 1. 2000

Stephan Otto